



بررسی تراوش از بدنه خاکریز (حالت دایمی و غیر دایمی) به کمک دستگاه مختصات تعمیم یافته انحنادار

سید اویس ترابی

دانشجوی دکتری مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

مسعود تجربیسی

استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

در این مقاله، مسأله جریان تراوش از درون خاکریز همگن با فرض جریان دو بعدی و تبعیت از قانون داریسی، در دو حالت دایمی و غیر دایمی بررسی شده است. در این مقاله، استفاده از دستگاه مختصات تعمیم یافته انحنادار بجای مختصات کارترزینی پیشنهاد شده است. معادله حاکم برای هد فشاری معادله لاپلاس می باشد. شرایط مرزی مسأله معلوم هستند بجز در سطح فریاتیکی، که یک خط جریان آزاد با مکان اولیه مجهول می باشد. معادلات حاکم، به روش عددی تفاضل محدود صریح (Explicit F.D.) و به کمک تکنیک *Overrelaxation* حل شده اند. جوابهای حاصله با پاسخ های دستی Shaw و Southwell مقایسه شده اند.

واژه‌های کلیدی

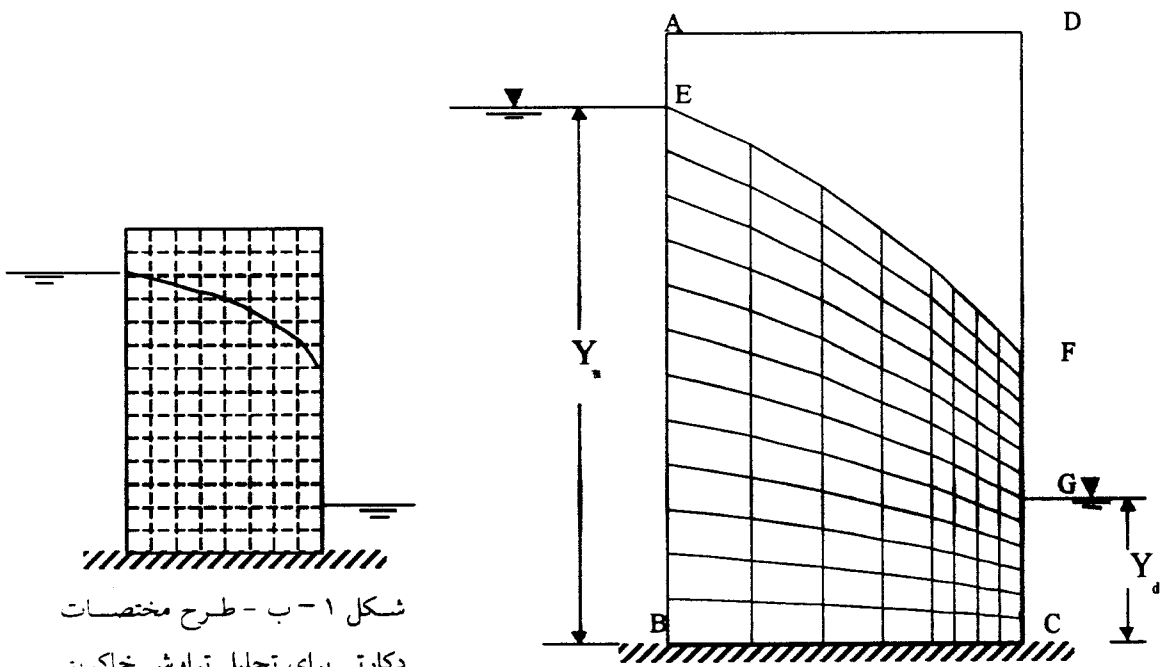
تراوش؛ محیط متخلخل؛ دستگاه مختصات تعمیم یافته

مقدمه

این مقاله به بررسی جریان تراوش از بدنه خاکریزهای ساده می پردازد (شکل ۱). جریان مورد نظر، که تابع قانون داریسی است، دو بعدی فرض شده، و در حالت دایمی (Steady state) و غیر دایمی (Unsteady state) مورد مطالعه قرار می گیرد. خاکریز مورد مطالعه، همگن و ایزوتروپ فرض شده است. خاکریز مذکور، یک مقطع عرضی مستطیلی ABCD (شکل ۱-الف) دارد که می تواند معادل نمایش خوبی از مغزه یک سد با مقطع دوزنقه ای باشد که نفوذپذیری آن نسبت به کل بدنه، بسیار اندک است. خاکریز مورد نظر، بر روی یک پی نفوذناپذیر BC ایجاد شده است. ارتفاع آب در مخزن بالا دست (Y_0) در نقطه A می ایستد، و سطح آب پایین دست نیز در نقطه C واقع شده است (Y_1). آب از درون خاکریز به شکل یک سطح فریاتیکی EF و یک سطح تراوش FG عبور می کند. سطح فریاتیکی که یک خط جریان آزاد است، مکان مجهولی داشته و بایستی در طی مراحل حل مسأله محاسبه شود. معادله حاکم بر مسأله (معادله لاپلاس) خطی است، ولی شرط مرزی سطح آزاد (در هر دو حالت دایمی و غیر دایمی) اساساً غیر خطی است.

هدف این مطالعه، تعیین مکان سطح فریاتیکی و توزیع فشار و هد سیال درون خاکریز، در دو حالت دایمی و غیر دایمی بوده است. مشکل اصلی موجود در این گونه مطالعات، یافتن تدبیری مناسب برای تعیین مکان مجهول سطح فریاتیکی می باشد.

شکل سطح فریاتیك شباهت زیادی به سهمی دارد و به همین جهت گر میدان مورد مطالعه به کمک مختصات دکارتی متعامد، شبکه بندی شود (شکل ۱-ب) سطح فریاتیك مذکور در اغلب حالات از فاصله بین نقاط شبکه می گذرد و الزامی بر انطباق روی نقاط شبکه دکارتی ندارد. همین مسأله، از طرفی مشکلاتی را در گسسته سازی ترم های معادلات حاکم بر مسأله ایجاد می کند، و از طرف دیگر بعلت افزایش تقریبها، دقت پاسخ را کاهش می دهد. به همین جهت، در این مطالعه برای اولین بار از سیستم مختصات تعمیم یافته انحنا دار (Generalised Curvilinear Coordinats) که از لحاظ رفتاری مطابق شکل سطح فریاتیك و خطوط جریان تراوش داخل بدنه خاکریز است، استفاده گردیده است (شکل ۱-الف). در ضمن، برای تسریع مراحل سعی و خطا در یافتن مکان سطح فریاتیك، مقادیر تصحیح مکان در هر مرحله با رفتار شکل سهمی (که تشابه خوبی با سطح فریاتیك دارد) هماهنگ شده است.



شکل ۱-ب - طرح مختصات دکارتی برای تحلیل تراوش خاکریز

شکل ۱-الف - طرح مختصات تعمیم یافته برای تحلیل تراوش از درون خاکریز

فرمولبندی مسأله

مقطع تعمیم یافته یک خاکریز را بر روی پی نفوذ ناپذیر، در شکل ۲ ملاحظه می نمایید. در اثر اختلاف H_0 میان تراز آب بالا دست و پایین دست در نقاط E و G، جریان تراوشی از داخل بدنه خاکریز ایجاد می شود. در بحث مطرح شده در اینجا، از اثرات موئینگی صرف نظر شده است.

با معلوم بودن مکان سطح آزاد EF، می توان میدان جریان داخلی EBCF را به کمک روش های تفاضل محدود و تکنیک Overrelaxtion بدست آورد. ولی از آنجا که در ابتدا مکان سطح فریاتیك مجهول است، بازای یک سطح فرضی سطح آزاد، میدان جریان تعیین می شود و سپس با کنترل شرایط مورد نیاز در امتداد سطح مذکور، تعدیل لازم برای ارضاء شدن کلیه شرایط اعمال می شود. و البته، با تصحیح سطح آزاد، شرایط بدست آمده برای نقاط دیگر جریان تغییر خواهد کرد.

معادلات حاکم و شرایط مرزی - مطابق دستگاه مختصات دکارتی (شکل ۲)، هد نقاط داخل میدان جریان بصورت زیر

تعریف می شود:

بررسی تراوش از بدنه خاکریز

$$h = \frac{P}{\rho g} + y \quad (1)$$

در حالیکه، p فشار ثابت؛ ρ دانسیته ذرات آب؛ و g شتاب جاذبه است. از آنجا که دانسیته ثابت در نظر گرفته می شود، راحت تر است در معادلات بعدی از ترم تعمیم یافته فشار (P) استفاده شود:

$$P = \frac{p}{\rho g} \quad (2)$$

با جایگذاری روابط داری در داخل قانون پیوستگی، معادله لاپلاس بدست می آید:

$$\nabla^2 P = 0 \quad (3)$$

رابطه فوق، معادله حاکم بر فشار تعمیم یافته P خواهد بود.

معادله دیفرانسیل پاره ای (۳)، از نوع بیضوی (Elliptic) بوده و نیازمند تخصیص شرایط مرزی در لبه های پیرامون ناحیه جریان می باشد. در وجوه قائم بالادست و پایین دست EB و GC ، بعلت ثابت بودن هد جریان، فشار تعمیم یافته عبارتست از:

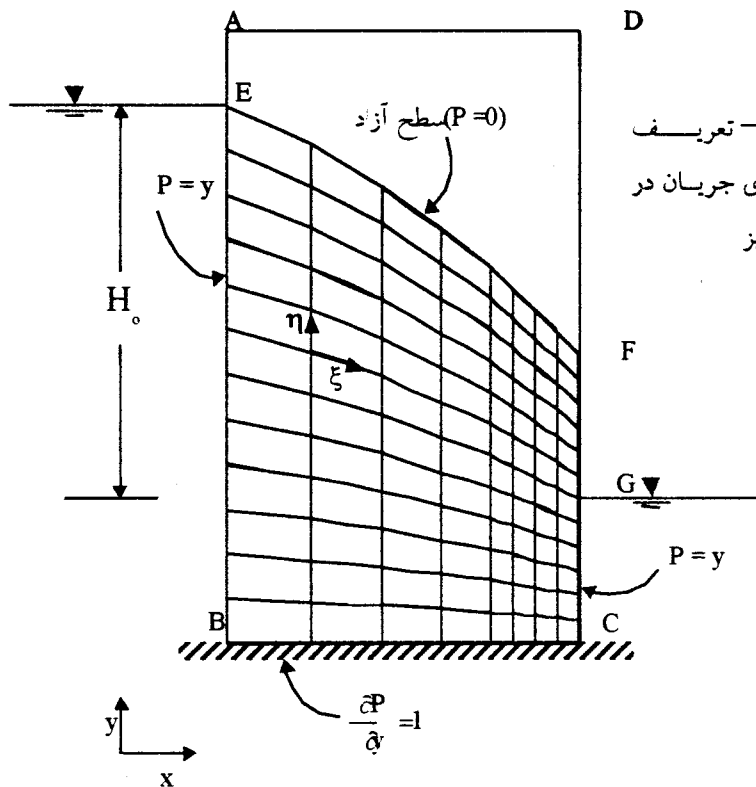
$$P = y \quad (4)$$

در امتداد پی نفوذناپذیر BC ، که سرعت v صفر است:

$$\frac{\partial P}{\partial y} + 1 = 0 \quad (5)$$

در امتداد وجه تراوشی FG (که در تماس با اتمسفر است)، شرط مرزی عبارتست از:

$$P = 0 \quad (6)$$



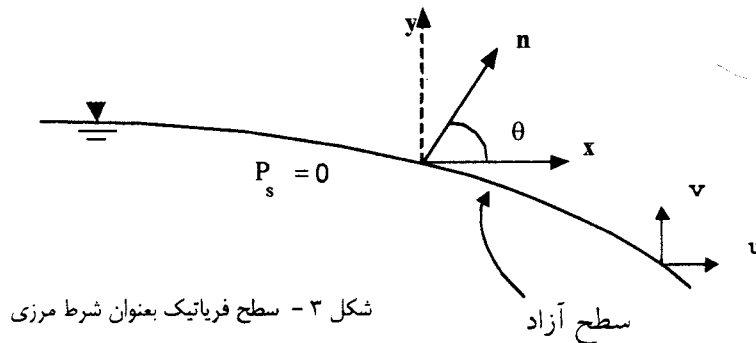
شکل ۲- تعریف
طرحی برای جریان در
بدنه خاکریز

شرط مرزی سطح فریاتیک در حالت دائمی - در امتداد سطح آزاد E F نیز شرایط فشار ثابت برقرار است، و از طرفی نیز این سطح بصورت یک خط جریان می باشد. بنابراین برای مرز بالایی ناحیه جریان، شرط دوبله ای باید برقرار باشد:

$$P = 0 \quad (7-الف)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} + \sin^2 \theta = 0 \quad (7-ب)$$

به نحویکه n بردار نرمال مختصات طبیعی خط جریان است، که با محور x زاویه θ می سازد (شکل ۳).



شکل ۳ - سطح فریاتیک بعنوان شرط مرزی

شرط مرزی سطح فریاتیک در حالت غیر دائمی - در این حالت و بازای یک محیط همگن و ایزوتروپ، شرایط زیر برای سطح فریاتیک برقرار است:

$$P=0 \quad (8-الف)$$

$$\frac{\partial(P+y)}{\partial t} - \frac{k}{n_e} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y} + 1 \right)^2 - \frac{\partial P}{\partial y} - 1 \right] = 0 \quad (8-ب)$$

که در رابطه فوق، n_e تخلخل مؤثر ذرات خاک می باشد.

دستگاه مختصات تعمیم یافته و انحنادار

مشکلات ذکر شده در رابطه بالا با استفاده از مختصات دکارتی متعامد، زمینه لازم جهت روی آوری به نگاشت (Mapping) فضای فیزیکی (x, y) به فضای مختصات تعمیم یافته انحنادار (ξ, η) را در این مقاله فراهم نمود. استفاده از مختصات تعمیم یافته به این معنی است که یک ناحیه پیچیده در فضای فیزیکی به داخل یک ناحیه مستطیلی در فضای مختصات تعمیم یافته نگاشت می شود (شکل ۴). بنابراین، معادلات حاکم بر مسأله بصورت ترمهای مختصات تعمیم یافته تعریف و گسسته سازی می شوند.

روابط تبدیل مختصات کارترینی دوبعدی به مختصات تعمیم یافته عبارتست از:

$$\xi_y = \frac{-x_\eta}{|J^{-1}|}, \quad \xi_x = \frac{y_\eta}{|J^{-1}|} \quad (9)$$

$$\xi_x = \frac{-y_\xi}{|J^{-1}|}, \quad \eta_y = \frac{x_\xi}{|J^{-1}|}$$

که در رابطه فوق، معکوس ژاکوبین $|J^{-1}|$ از رابطه زیر بدست می آید:

$$|J^{-1}| = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \quad (10)$$

و در نهایت پاسخ بهبود یافته به طریق زیر بدست می آید:

$$P_{j,k}^{n+1} = P_{j,k}^n + \lambda(P_{j,k}^* - P_{j,k}^n) \quad (21)$$

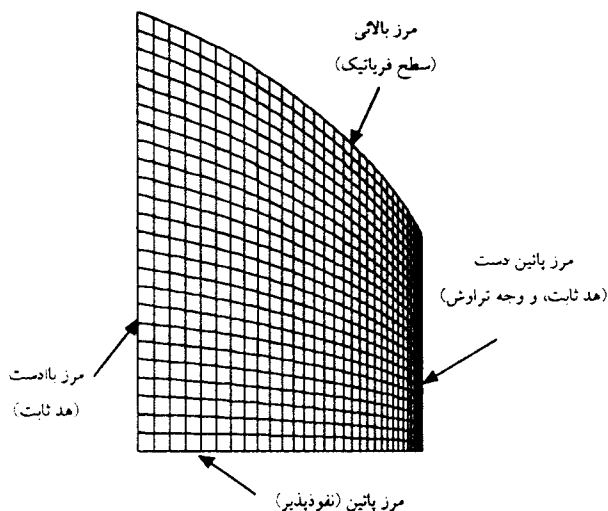
که در رابطه فوق، λ ضریب آزادسازی می باشد. در اینجا پس از انجام آزمون های اولیه برای تسریع در همگرایی، $\lambda = 1.5$ فرض شده است در ادامه و به طریقی مشابه، روابط برای شرایط مرزی (۱۳ و ۱۴ و ۱۵) نیز به کمک روش تفاضل محدود گسسته سازی می شوند.

شبکه بندی مسئله

برای دستیابی به پاسخ قابل قبول، شبکه گسسته مناسبی مطابق با سیستم مختصات انحناء دار و تکنیک حل تفاضل محدود مورد نیاز خواهد بود. بدین جهت، ابتدا هندسه مرزهای پیرامون دامنه جریان مورد نظر تعیین می شوند. این مرزها شامل یک مرز افقی نشاندهنده پی نفوذ ناپذیر (BC)، دومرز قائم نشاندهنده وجوه بالادست و پائین دست (FC, EB) و یک مرز انحنا دار مربوط به سطح فریاتیکی (EF) می باشند (شکل ۶). سپس گسسته سازی دامنه در دو جهت متقاطع قائم و امتداد خطوط جریان صورت می پذیرد (شکل ۶). گفتنی است که در این سیستم شبکه بندی، محور ξ بر امتداد خطوط جریان و محور η نیز بر امتداد قائم منطبق می باشند.

روش حل مسأله - پس از اینکه معادلات حاکم بر مسأله و شبکه حاکم بر دامنه حل، به نحوی مناسب با سیستم مختصات تعمیم یافته تنظیم شدند، حال بایستی الگوریتم مناسبی برای حل مسأله ترسیم شود.

در ابتدا، یک سطح فریاتیکی فرضی برای مسأله در نظر گرفته می شود. بعنوان اولین حدس، می توان از یک سهمی که دو نقطه آن در تراز آب بالا دست و پائین دست (نقاط E و G) قرار دارند، استفاده نمود. سپس شرط مرزی عدم جریان در امتداد BC (رابطه ۱۳) و شرط مرزی هد ثابت در وجوه قائم بالادست (GC, BE) اعمال می شوند (رابطه ۴). و همچنین اولین شرط مرزی مربوط به سطح فریاتیکی ($P=0$) نیز تخصیص می یابد (رابطه ۶). حال با مشخص بودن شرایط مرزی پیرامون ناحیه جریان، می توان مسأله را برای نقاط داخل ناحیه جریان و به کمک روابط سعی و خطای (۲۰) و (۲۱) به ازای تعیین مقادیر فشار تعمیم یافته ($P = p/\rho g$) حل کرد.



شکل ۶ - گسسته سازی شبکه جریان، جهت استفاده در دستگاه مختصات تعمیم یافته انحنا دار (محورهای ξ و η)، به ترتیب بموازات خطوط جریان و امتداد قائم

گسسته سازی معادلات حاکم در سیستم تعمیم یافته به روش تفاضل محدود

برای گسسته سازی معادله لاپلاس در سیستم تعمیم یافته (معادله ۱۲)، ابتدا پارامترهای کمکی زیر تعریف می شوند. ترم های معادله ۱۲ را می توان در قالب ترمهایی از x_ξ و ... بیان نمود. بنابراین ترمهای تبدیلی α/J ، β/J ، γ/J به کمک روابط (۹) عبارتند از:

$$GTT \equiv \frac{\alpha}{J} = \frac{x_\eta^2 + y_\eta^2}{J^{-1}}$$

$$GTT \equiv \frac{\beta}{J} = -\frac{2(x_\xi + x_\eta + y_\xi y_\eta)}{J^{-1}} \quad (16)$$

$$GWW \equiv \frac{\gamma}{J} = -\frac{(x_\xi^2 + y_\xi^2)}{J^{-1}}$$

با کمی تغییر، ترمهای $(\frac{\nabla^2 \xi}{J})$ ، $(\frac{\nabla^2 \eta}{J})$ را بصورت زیر می توان نوشت:

$$DELZI \equiv \frac{\nabla^2 \xi}{J} = \frac{GTT(x_\eta y_{\xi\xi} - y_\eta x_{\xi\xi})}{J^{-1}} + \frac{GWT(x_\eta y_{\xi\eta} - y_\eta x_{\xi\eta})}{J^{-1}}$$

$$+ \frac{GWW(x_\eta y_{\eta\eta} - y_\eta x_{\eta\eta})}{J^{-1}} \quad (17)$$

$$DELET \equiv \frac{\nabla^2 \eta}{J} = \frac{GTT(y_\xi x_{\xi\xi} - x_\xi y_{\xi\xi})}{J^{-1}} + \frac{GWT(y_\xi x_{\xi\eta} - x_\xi x_{\xi\eta})}{J^{-1}}$$

$$+ \frac{GWW(y_\xi y_{\eta\eta} - x_\xi x_{\eta\eta})}{J^{-1}} \quad (18)$$

به کمک روابط (۱۶) تا (۱۸) در هر یک از نقاط گرهی شبکه، مقادیر GTT و ... تعیین شده، و روابط (۱۲) با استفاده از روابط تفاضل مرکزی سه نقطه ای گسسته سازی می شود:

$$-0.5[DELZI.P]_{J+1,K} - (DELZI.P)_{J-1,K} - 0.5[DELET.P]_{J,K+1} - (DELET.P)_{J,K-1}]$$

$$+ [(GTT.P)_{J-1,k} - 2(GTT.P)_{J,k} + (GTT.P)_{J+1,k}]$$

$$+ 0.25[(GWT.P)_{j+1,k+1} - (GWT.P)_{J-1,k+1} + (GWT.P)_{J-1,k-1} - (GWT.P)_{J+1,k-1}]$$

$$+ [(GWW.P)_{J,k-1} - 2(GWW.P)_{J,k} + (GWW.P)_{J,k+1}] = 0 \quad (19)$$

ابعاد شبکه در دامنه محاسباتی برای رابطه (۱۹) برابر $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$ می باشد.

رابطه (۱۹) را می توان به کمک تکنیک Over-relaxtion و طی مراحل سعی و خطا حل کرد. بدین ترتیب ابتدا به کمک

رابطه (۱۹)، تخمینی برای $P_{J,k}^{n+1}$ بدست می آید:

$$P_{J,k}^* = \left\{ -0.5[(DELZI.P^n)_{j+1,k} - (DELZI.P^n)_{J-1,k}] - 0.5[(DELET.P^n)_{J,k+1} - (DELET.P^n)_{J,k-1}] \right.$$

$$+ [(GTT.P^n)_{J-1,k} + (GTT.P^n)_{J+1,k} + (GWW.P^n)_{J,k-1} + (GWW.P^n)_{J,k+1}]$$

$$+ 0.25[(GWT.P^n)_{j+1,k+1} - (GWT.P^n)_{J-1,k+1} + (GWT.P^n)_{J-1,k-1} - (GWT.P^n)_{J+1,k-1}] \left. \right\}$$

$$\times \{2(GTT_{J,k} + GWW_{J,k})\}^{-1} \quad (20)$$

معادلات حاکم در دستگاه مختصات تعمیم یافته

همانطور که پیشاپیش بیان شد (رابطه ۳) ، در مختصات کارترینی دو بعدی، رابطه لاپلاس بصورت زیر است:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \quad (11)$$

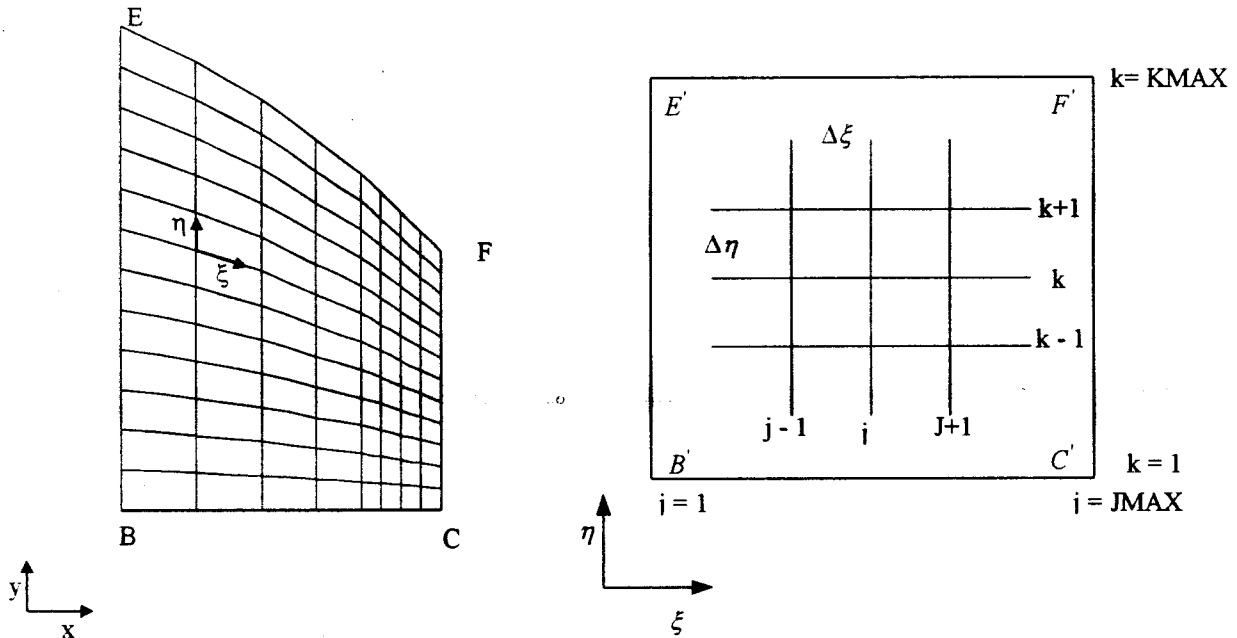
در مختصات تعمیم یافته (ξ, η) ، رابطه (۱۱) را بصورت زیر می توان نوشت :

$$-\left\{ \left(\frac{\Delta^2 \xi}{J} \right) P \right\}_{\xi} - \left\{ \left(\frac{\nabla^2 \eta}{J} \right) P \right\}_{\eta} + \left\{ \left(\frac{\alpha}{J} \right) P \right\}_{\xi\xi} + \left\{ \left(\frac{\beta}{J} \right) P \right\}_{\xi\eta} + \left\{ \left(\frac{\gamma}{J} \right) P \right\}_{\eta\eta} = 0 \quad (12)$$

که در رابطه فوق :

$$\alpha = \xi_x^2 + \xi_y^2, \quad \beta = 2(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y), \quad \gamma = \eta_x^2 + \eta_y^2$$

$$\dots, \quad \Delta^2 \xi = \xi_{xx} + \xi_{yy}, \quad J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x$$



شکل ۴ - خطوط انحنادار جریان تراوش دوبعدی

به همین ترتیب، شرط مرزی مربوط به پی نفوذ ناپذیر BC (رابطه ۵) نیز بصورت زیر در سیستم تعمیم یافته نوشته می

شود :

$$\frac{x_{\xi} P_{\eta} - x_{\eta} P_{\xi}}{|J^{-1}|} + 1 = 0 \quad (13)$$

شرط دوم مرزی سطح فریاتیک در حالت دایمی (رابطه ۷) در سیستم مختصات تعمیم یافته بصورت زیر است :

$$\frac{x_{\xi} P_{\eta} - x_{\eta} P_{\xi}}{|J^{-1}|} + \sin^2 \theta = 0 \quad (14)$$

به همین ترتیب ، شرط دوم مرزی سطح فریاتیک در حالت غیر دایمی (رابطه ۸-ب) را بصورت زیر می توان نوشت :

$$\frac{\partial(P+y)}{\partial t} - \frac{k}{n_e} \left[\left(\frac{y_{\eta} P_{\xi} - y_{\xi} P_{\eta}}{|J^{-1}|} \right)^2 + \left(\frac{x_{\xi} P_{\eta} - x_{\eta} P_{\xi}}{|J^{-1}|} + 1 \right)^2 - \frac{x_{\xi} P_{\eta} - x_{\eta} P_{\xi}}{|J^{-1}|} - 1 \right] = 0 \quad (15)$$

حال باید، دومین شرط مرزی مربوط به سطح فریاتیکی (رابطه ۱۰ یا ۱۹) را ارضاء نمود. بدین منظور متغیری بصورت زیر تعریف می شود:

$$DIFF(J) = \sin^2 \theta + \frac{\partial P}{\partial y} \quad (22)$$

که در آن، زاویه θ را می توان از شیب خط مستقیمی که دو نقطه (J) و $(J-1)$ واقع بر روی سطح فریاتیکی را قطع می کند، تعیین نمود. ترم گرادیان فشار نیز با استفاده از سیستم مختصات تعمیم یافته و بازای نقاط سطح فریاتیکی تعیین می شود. اگر مقدار $(DIFF(J))$ در هر نقطه از میزان رواداری مجاز مسأله کمتر باشد، شرط دوم سطح فریاتیکی (رابطه ۷-ب یا ۱۴) نیز ارضاء شده و حل مسأله پایان می یابد و گرنه بازای مقدار اختلاف بدست آمده $(DIFF(J))$ ، باید سطح فریاتیکی را طوری جابجا نمود تا طی روند مناسب سعی و خطا، شرط دوم مرزی نیز ارضاء شود.

بدین منظور، مکان سطح فریاتیکی در امتداد قائم، متناسب با اختلاف بدست آمده، جابجا می شود:

$$Y_{new} \approx Y_{old} + DIFF$$

و مجدداً معادلات موجود برای نقاط داخل شبکه حل می شود. مراحل فوق الذکر بصورت سعی و خطا تکرار می شود تا شرط دوم سطح فریاتیکی نیز ارضاء شود.

بدین ترتیب، با تعیین مکان نهایی سطح فریاتیکی، مقادیر فشار تعمیم یافته $(P = p/\rho g)$ برای نقاط داخل شبکه نیز تعیین می شوند. همچنین هد جریان متناظر نقاط، بصورت زیر محاسبه می شود

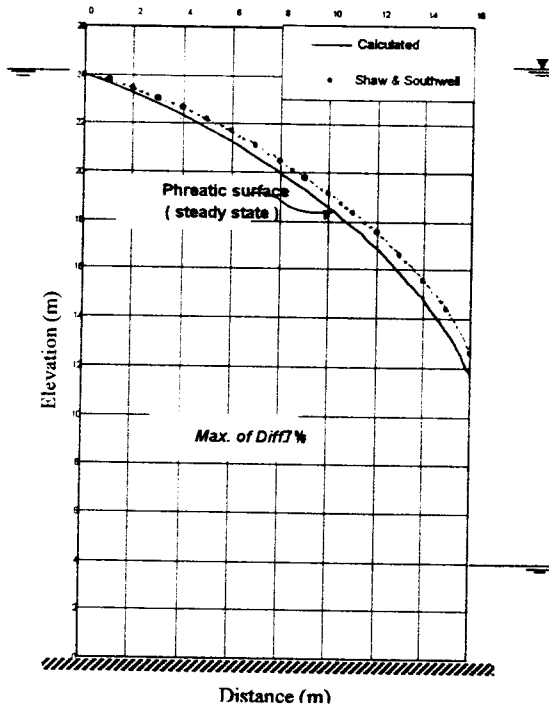
$$H(J, K) = P(J, K) + Y(J, K) \quad (23)$$

که در آن، $P = p/\rho g$ فشار تعمیم یافته نقاط و Y تراز مربوط به نقاط داخل شبکه می باشد.

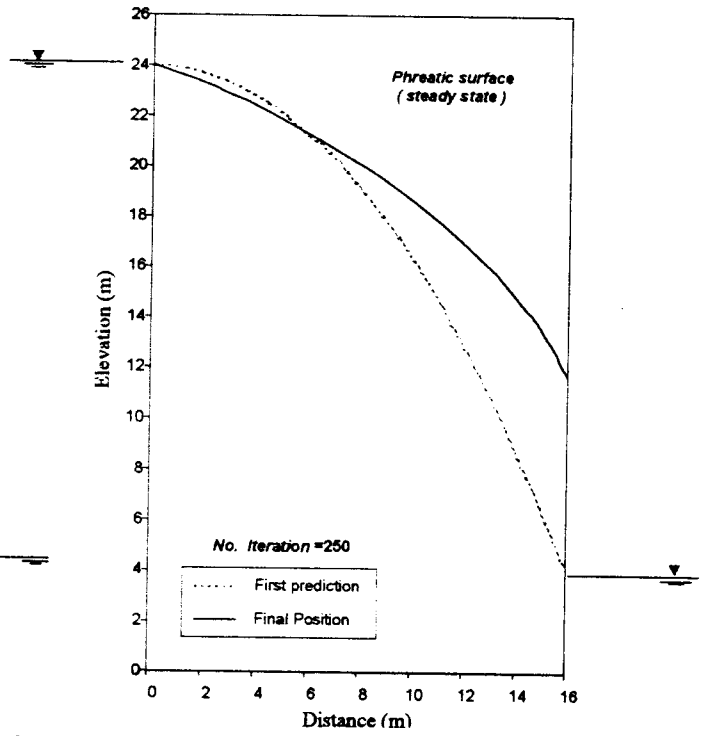
در حالت غیر دائمی که تراز سطح آب پایین دست از Y_{d1} به Y_{d2} افت می کند، در هر گام زمانی، الگوریتم مذکور به غیر از شرط دوم مرزی مربوط به سطح فریاتیکی، عیناً تکرار خواهد شد. در اینحالت، برای شرط دوم مرزی، از معادله (۸-ب یا ۱۵) استفاده می شود. پس از اینکه حل دائمی مسأله بدست آمد و مکان دائمی سطح فریاتیکی تعیین شد (زمان t_0)، با کمک رابطه (۱۵) شرط دوم مرزی سطح فریاتیکی به آن اعمال شده و مکان جدید سطح فریاتیکی طی گذشت زمان کوچکی مثل dt بدست می آید پس از تعیین مکان سطح فریاتیکی در زمان $t_1 = t_0 + dt$ ، معادلات حاکم بر نقاط داخل شبکه جریان مطابق الگوریتم حالت دائمی حل شده و فشارهای تعمیم یافته و هد متناظر نقاط داخلی نیز بدست می آیند. این روند تکرار می شود تا زمانی که سطح فریاتیکی به یک حالت دائمی برسد و با گذشت زمان تغییری در آن حاصل نشود.

نتایج - مدل ارائه شده در این مطالعه بر روی خاکریزی به ابعاد 26×16 متر اجرا شد. در این مثال سطح آب بالادست در تراز 24 m و تراز آب پایین دست برابر 4 m در نظر گرفته شد (حالت دائمی). در شکل (۷)، حدس اولیه سطح فریاتیکی و مکان نهایی آن در حالت دائمی نشان داده شده است. در شکل (۸)، جواب این مسأله با پاسخ بدست آمده توسط Shaw و Southwell مقایسه شده است. ملاحظه می شود که پاسخ بدست آمده، از لحاظ یک مدل عددی قابل قبول و با دقت خوبی مسأله را مدل کرده است. و در نهایت، پاسخ داخل شبکه جریان نیز بصورت خطوط تراز فشار (شکل ۹) و خطوط تراز پتانسیل (شکل ۱۰) ترسیم شده اند.

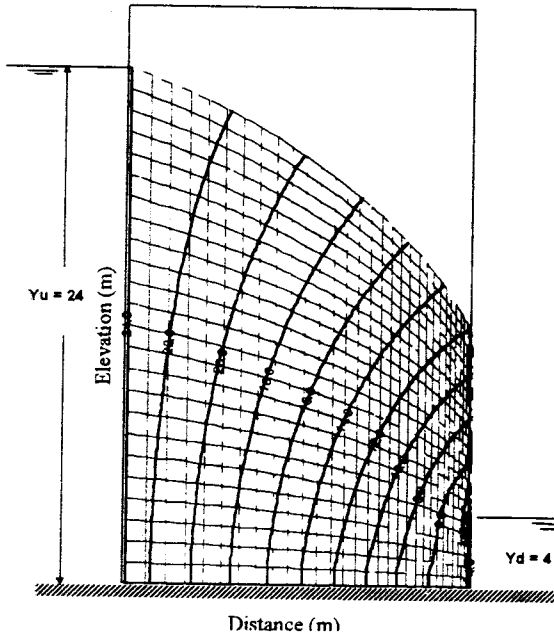
در شکل (۱۱) نیز، تغییرات زمانی سطح فریاتیکی در اثر افت سطح آب پایین دست از تراز $Y_{d1} = 12 \text{ m}$ به تراز $Y_{d2} = 4 \text{ m}$ نشان داده شده است.



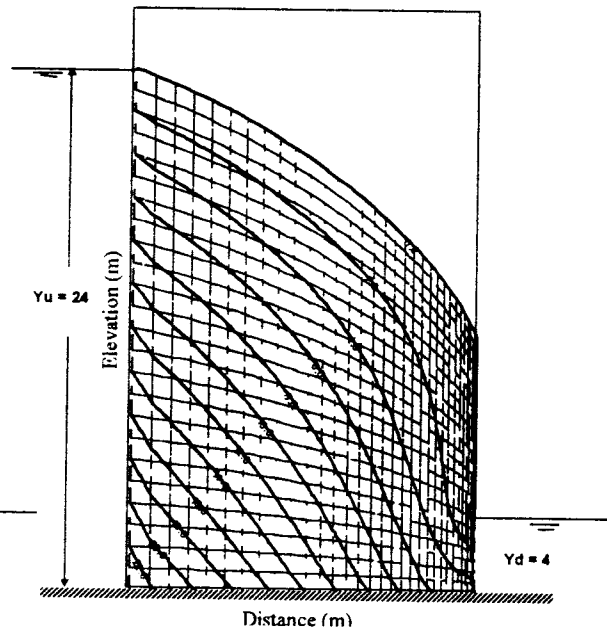
شکل ۸ - مقایسه سطح فریاتیک بدست آمده از مدل با نتایج Southwell و Shaw



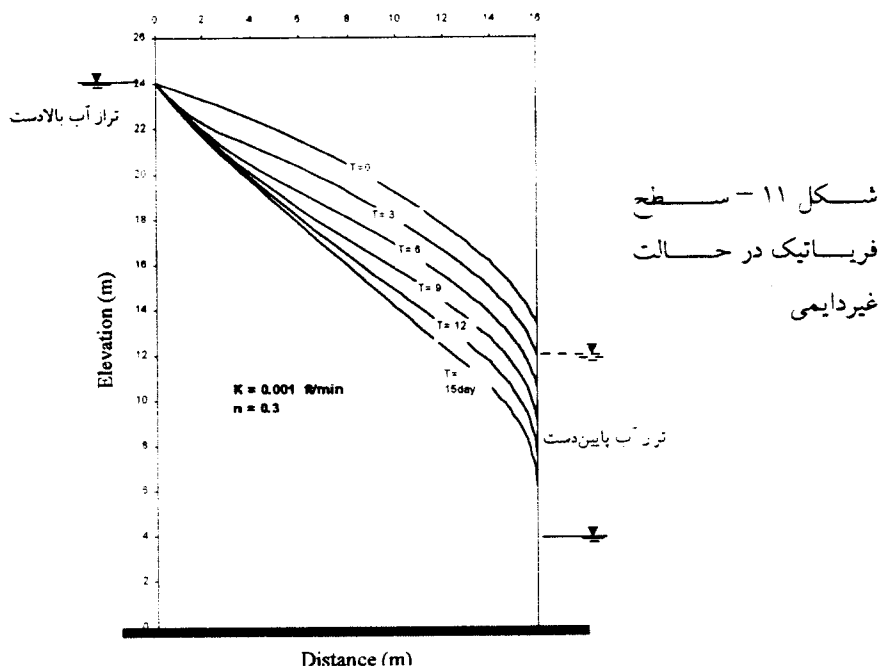
شکل ۷ - سطح فریاتیک در حالت دایمی



شکل ۱۰ - خطوط تراز هم پتانسیل



شکل ۹ - خطوط تراز هم فشار



مراجع:

۱. توابی، سید لویس؛ بررسی عددی تراوش در خاکریزها در حالت دائمی و غیر دائمی؛ مرکز تحقیقات آب و محیط زیست دانشگاه صنعتی شریف (EWRC)؛ ۱۳۷۹
2. Finnemore, E.J. , Perry B. ; Seepage through an Erath Dam Computed by the Relaxion Technique ; Water Resources Research ; 1968.
3. Fletcher , C.A.J ; Computational Techniques for Fluid Dynamics 1&2 ; Springer ; 1991.
4. Karpik , S.R., Crockett , S.R ; Semi-Lagrangian algorithm for two-dimensional Advection-Diffusion Equation on Curvilinear Coordinate Meshes; Journal of Hydraulic Engineering ; 1997.
5. Desai , C.S. , Sherman W.C. , Unconfined transient seepage in sloping banks ; Journal of Soil Mechanics and Foundation Division ; ASCE ; 1971
6. Dvinoff , A.H. , Harr , M. E. ; Phreatic surface location after drawdown ; Journal of soil Mechanics and Foundations Division ; ASCE ; 1971.
7. Stephenson,D. ; Drawdown in embankments ; Journal of Geotechnique 28, No.3, 273-280,
8. Koutitas, C.G.; Elements of Computational hydraulics; Chapman and Hall; 1983.
9. Desai, C.S. , Christian, J.T. ; Numerical methods in geotechnical engineering ; McGraw-Hill ; 1977.
10. Marino, M.A.; Luthin, J.N. ; Seepage and Groundwater; Elsevier Scientific Publisher Company; 1982.
11. Uginchus, A.A.; Seepage through earth dams; Jerusalem, Israel program for scientific Translation; 1970
12. Cedergren, H.R. ; Seepage, Drainage, and Flow Nets; John Wiley & Sons, 1977.
13. Abbott, M.B. , Basco, D.R. ; Computational Fluid Dynamics an Introduction for Engineerings; John Wiley & Sons; 1989.
14. Lockington , D.A. ; Parlange, J.Y. , Parlange , M.B. , Selker , J.; Similarity solution of the Boussinesq equation; Advances in Water Resources; ELSEVIER, 23(2000) , 725-729.
15. Huang, Y.H. ; Unsteady State Phreatic Surface in Earth Dams; Jou. Of Geotechnical Eng. ; ASCE 112, No. 1-6 (1986) .pp63.
16. Irmay S. ; On the Meaning of the Dupuit and Pavlovskii Approximations in Aquifer Flow, Water Resources Research; Vol.3, No.2 , 1967
17. Brakensiek, D.L. ; Finite Differencing Methods; Water Resources Research ; Vol.3 , No.3 , 1967.
18. Mitchell, P.H. , Hunt, B. ; Unsteady groundwater drawdown in embankments; Journal of Hydraulic Research, Vol.23, No.3 , 1985.
19. Freeze , R.A. ; Influence of Unsaturated Flow Domain on Seepage through Earth Dams ; Water Resources Resarch ; Vol.7 , No.4 (1971) , pp.929.
20. Kealy , C.D., Williams, R.E.; Flow through a Tailings Pond Embankment ; Water Resources Research ; Vol.7 , No.1 (1971) , pp.143
21. Stello, M.W. ; Seepage Charts for Homogeneous and Zoned Embankments; Journal of Geotechnical Engineering ; ASCE , Vol.113, No.9 (1987) , pp.996