



ششمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی عمران، ICCE 2003
۱۵-۱۷ اردیبهشت ۱۳۸۲ = دانشگاه صنعتی اصفهان



تحلیل عدم قطعیت پروفیل سطح آب رودخانه بمنظور بررسی قابلیت اعتماد سیل بندها

لیلا افتخاریان، کارشناس شرکت مهندسی مشاور بندآب، تهران *

احمد ابریشمی، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران **

مسعود تجریشی، استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران **

* تلفن: ۰۲۱-۸۷۱۳۴۹۲، ۰۲۱-۸۷۲۶۸۸۶، پست الکترونیکی: BANDAB@IRNES.COM

** تلفن: ۰۲۱-۶۱۶۴۱۸۵، ۰۲۱-۶۰۳۶۰۱۶، پست الکترونیکی: EWRC@Sharif.edu

چکیده

در مقاله حاضر با در نظر داشتن دو نوع عدم قطعیت هیدرولیکی و هیدرولوژیکی در قالب عدم قطعیت پارامتری و مدل، به بررسی عدم قطعیت پروفیل سطح آب رودخانه سیستان پرداخته شده و میزان عدم قطعیت آن به صورت کمی ارائه گردیده است. بدین منظور، به تحلیل عدم قطعیت برای بارگذاری (سیل طرح) و نیز مقاومت (ظرفیت هیدرولیکی رودخانه) پرداخته و با استفاده از نتایج آنها تحلیل قابلیت اعتماد سیستم انجام شده است. این مطالعه نشان می‌دهد که در صورت صرف نظر کردن از عدم قطعیت‌های هیدرولیکی، نتایج به طور قابل ملاحظه‌ای دست پایین‌تر بدست می‌آیند و باعث افزایش میزان ریسک مربوط به سیستم می‌شود.

کلید واژه‌ها: تحلیل عدم قطعیت، تحلیل قابلیت اعتماد، پروفیل سطح آب، رودخانه سیستان.

۱- مقدمه

تعیین تراز سطح آب و محاسبه پروفیل آن در رودخانه‌ها، بمنظور استفاده در بسیاری از برنامه‌ریزی‌ها و طراحی‌های مربوط به ساماندهی رودخانه‌ها، مورد نیاز می‌باشد. برای تعیین پروفیل سطح آب به مجموعه‌ای از اطلاعات هیدرولیکی و هیدرولوژیکی بعنوان پارامترهای ورودی مدل و نیز به یک مدل برای انجام محاسبات نیاز هست. از آنجایی که پارامترهای ورودی و همچنین ساختار مدل‌های مورد استفاده، هر یک به نوبه خود، دارای عدم قطعیت‌هایی می‌باشند، در نتیجه خروجی مدل را نمی‌توان بعنوان یک پارامتر قطعی در نظر گرفت. در واقع، به جای یک مقدار قطعی، بهتر است با تعریف پروفیل سطح آب بعنوان یک متغیر تصادفی، آن را با استفاده از روش‌های احتمالاتی مشخص نمود.

برای توصیف مقدار عدم قطعیت یک پارامتر تصادفی از مشخصه‌های مختلفی استفاده می‌شود که عبارت‌اند از: تابع توزیع احتمالی (pdf) که کاملترین و ایده‌آلترین نحوه توصیف عدم قطعیت یک متغیر محسوب می‌شود، بازه اطمینان متغیر برای احتمال مشخص و ضریب تغییرات که برابر نسبت انحراف معیار استاندارد به مقدار میانگین می‌باشد [۱].

۲- تحلیل عدم قطعیت پروفیل سطح آب در رودخانه‌ها

منابع ایجاد عدم قطعیت در محاسبات مربوط به پروفیل سطح آب، بسیار متعدد و متنوع‌اند. در این مقاله، به دو منبع ایجاد عدم قطعیت یعنی عدم قطعیت دبی طراحی و نیز عدم قطعیت ظرفیت رودخانه پرداخته شده است. عدم قطعیت دبی طراحی همان عدم قطعیت‌های هیدرولوژیکی و عدم قطعیت ظرفیت رودخانه نیز عدم قطعیت‌های هیدرولوژیکی می‌باشند [۲].

۲-۱- عدم قطعیت‌های هیدرولوژیکی (سیل طرح)

یکی از مسائلی که اغلب در هیدرولوژی با آن روبرو هستیم، برآورد سیلاب یا خشکسالیها با استفاده از نمونه‌های کوچکی از مشاهدات جریان رودخانه است. با استفاده از روشهای تحلیل آماری - احتمالی، مقدار متغیر هیدرولوژیکی با دوره بازگشت مورد نظر برآورد می‌شود. علاوه بر این توزیع احتمالی آن مقدار نیز بسیار مهم می‌باشد که بدین منظور از داده‌های موجود استفاده شده و پارامترهای مربوط به توزیع احتمال محاسبه می‌شوند.

معیار عدم قطعیت اندازه‌های یک پیشامد، خطای استاندارد برآورد است. در واقع، مقداری که برای پیشامد (X_T) ساله برآورد می‌شود، یک مقدار دقیق و قطعی نیست و خود میانگین یک توزیع است که عمدتاً نرمال در نظر گرفته می‌شود و در واقع، SD_T انحراف معیار این توزیع است. اگر توزیع پیشامد T ساله معلوم باشد، آنگاه حدود اطمینان را می‌توان برای پیشامد بدست آورد. بنابراین، حدود بازه اطمینان بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$X_T \pm t \cdot SD_T \quad (1)$$

که در آن t انحراف نرمال استاندارد متناظر با سطح اطمینان مفروض است [۳].

۲-۲- عدم قطعیت‌های هیدرولوژیکی

معمولاً برای تعیین ظرفیت هیدرولوژیکی از رابطه مانینگ استفاده می‌شود که شامل پارامترهای غیرقطعی ضریب مانینگ و خصوصیات هندسی رودخانه می‌باشد.

در صورتی که داده‌های تراز سطح آب و دبی جریان رودخانه موجود باشد، مقدار ضریب مانینگ، به کمک کالیبراسیون مدل تدقیق می‌شود. در غیر این صورت، مقدار آن با استفاده از روابط

تجربی، جدولها، مقایسه عکسها و تجربه افراد صاحب نظر برآورد می‌شود. به هر حال، مقدار برآورد شده ضریب مانینگ، غیرقطعی است. تحقیقات نشان داده است که عدم قطعیت ضریب مانینگ تأثیر زیادی بر عدم قطعیت ظرفیت هیدرولیکی رودخانه داشته و در نظر گرفتن تأثیر آن، از اهمیت خاصی برخوردار است. متأسفانه برای تعیین میزان عدم قطعیت n روش مشخص و تعریف شده‌ای وجود ندارد و در پژوهشهای انجام گرفته، هر یک مقادیری را برای این عدم قطعیت فرض کرده‌اند و در اکثر آنها به مبنای این فرضیات اشاره‌ای نشده است. در مطالعه‌ای که توسط HEC در سال ۱۹۸۶ انجام گرفت، تحقیقات وسیع و دامنه‌داری برای تعیین n و عدم قطعیت آن انجام شد که در این مقاله از نتایج آن استفاده شده است [۴،۵]. رابطه‌ای که در این مطالعه بمنظور تعیین انحراف معیار n یا (SD_n) بدست آمد عبارت‌اند از:

$$SD_n = n \sqrt{e^{(-0.587 + 0.1 \ln(n))^2} - 1} \quad (2)$$

خصوصیات هندسی مورد استفاده برای محاسبه ظرفیت هیدرولیکی در یک مقطع، شامل A (سطح مقطع جریان) و p (محیط خیس شده) با روشهای مختلفی تعیین می‌شوند. در واقع، عدم قطعیت‌های مربوط به پارامترهای A و p ناشی از خطاهای نقشه‌برداری بوده و به میزان دقت روشها و تجهیزات بکار رفته برای تعیین آنها بستگی دارد. بمنظور تعیین عدم قطعیت‌های این دو پارامتر، روش بکار گرفته شده توسط McBean و Oegema در سال ۱۹۸۶ روش مناسب و کاربردی می‌باشد [۲]. از آنجایی که مقادیر A و P بستگی به اندازه‌گیری‌های در دو امتداد عمقی و عرضی y و z دارند، میزان عدم قطعیت آنها بر حسب عدم قطعیت اندازه‌ها در این دو امتداد بیان می‌گردد:

$$p = f(z) \text{ و } A = f(y, z) \Rightarrow \Omega_A = \sqrt{(\Omega_y^2 + \Omega_z^2)} \text{ و } \Omega_p \cong \Omega_z \quad (3)$$

عدم قطعیت S_f (شیب خط انرژی) را می‌توان بر اساس عدم قطعیت اندازه‌ها در امتدادهای طولی و عمقی x و y بیان کرد و نوشت:

$$S_f = f(x, y) \Rightarrow \Omega_{S_f} = \sqrt{(\Omega_x^2 + \Omega_y^2)} \quad (4)$$

مقادیر Ω_x و Ω_y و Ω_z (ضریب تغییرات) به روش نقشه‌برداری و دقت تجهیزات و نقشه بردار و بسیاری موارد دیگر بستگی دارد.

۲-۳- تحلیل عدم قطعیت رابطه مانینگ به روش گشتاور دوم مرتبه اول حول میانگین (MFOSM)

در این روش عدم قطعیت خروجی یک مدل ریاضی برحسب خصوصیات آماری پارامترهای غیرقطعی مدل، برآورد می‌شود و ایده اصلی آن، تقریب زدن مدل - که شامل پارامترهای تصادفی و غیرقطعی است - به کمک بسط سری تیلور می‌باشد.

تحلیل عدم قطعیت رابطه مانینگ به دفعات توسط محققان مختلف انجام گرفته است. با توجه به متفاوت بودن مقادیر ضریب مانینگ در کانال اصلی و سیلابدشته‌ها، مقطع عرضی رودخانه‌ها معمولاً

بصورت مقطع مرکب در نظر گرفته می‌شود و به همین خاطر رابطه مانینگ در رودخانه‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$Q = \left[\sum_{i=1}^r k_i \right] S_f^{1/2} \quad (5)$$

که S_f شیب خط انرژی و k_i فاکتور انتقال می‌باشد. مقدار k_i نیز به این صورت تعریف می‌شود:

$$k_i = \frac{A_i^{5/2}}{n_i p_i^{2/3}} \quad (6)$$

که در آن A_i مساحت سطح مقطع جریان، p_i محیط خیس شده و n_i ضریب مانینگ می‌باشد. با توجه به رابطه ظرفیت هیدرولیکی مقطع رودخانه داریم:

$$Q = f(S_f, A_i, n_i, p_i) \quad (7)$$

با استفاده از تحلیل عدم قطعیت به روش MFOSM و پس از ساده کردنهای مورد نیاز مقدار واریانس از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\Omega_Q^2 = \frac{1}{4} \Omega_{S_f}^2 + \sum_{i=1}^r \left(\frac{k_i}{k_t} \right)^2 \left[\frac{25}{9} \Omega_{A_i}^2 + \Omega_{n_i}^2 + \frac{4}{9} \Omega_{p_i}^2 \right] \quad (8)$$

k_i فاکتور انتقال کل مقطع سیلابی (مجموع سواحل چپ و راست و کانال اصلی) می‌باشد.

به کمک رابطه فوق، با معلوم بودن کلیه اجزای فرمول، مقدار ضریب تغییرات ظرفیت و در واقع، مقدار عدم قطعیت آن، قابل محاسبه می‌باشد. رابطه فوق درحقیقت ارتباط بین عدم قطعیت پارامترهای ورودی و عدم قطعیت خروجی (ظرفیت هیدرولیکی مقطع) را مشخص می‌سازد [۲].

۳- تحلیل قابلیت اعتماد در سیستم کنترل سیل بند

قابلیت اعتماد یک سیستم عبارت است از احتمال آنکه مقاومت بیشتر از بارگذاری باشد و برعکس ریسک عبارت است از احتمال اینکه بارگذاری از مقدار مقاومت تجاوز نماید. در سیستمهای کنترل سیل، منظور از بارگذاری، دبی سیل با دوره بازگشت طرح و منظور از مقاومت، ظرفیت هیدرولیکی سیستم برای عبور جریان است. از آنجا که بار و مقاومت متغیرهای تصادفی محسوب می‌شوند، تعیین توزیعهای احتمالی آنها برای انجام تحلیل قابلیت اعتماد لازم است.

قابلیت اعتماد یا P_s احتمال ایمن بودن یا عدم خرابی می‌باشد و با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$p_s = P(L \leq R) \quad (9)$$

مقاومت R و بارگذاری L

که در آن R مقاومت و L بارگذاری است. برای تعیین قابلیت اعتماد یک سیستم، روشهای مختلفی وجود دارد [۶]. در این مقاله از روش انتگرال گیری مستقیم استفاده گردیده است.

برای رسیدن به یک مدل‌سازی مناسب برای در نظر گرفتن توأم عدم قطعیت‌های بار و مقاومت، ابتدا فرض می‌شود که عدم قطعیت مقاومت یعنی عدم قطعیت هیدرولیکی صفر باشند. در این حالت دیبهای حد بالا و پایین بازه اطمینان تنها تابعی از مقدار دبی طرح و عدم قطعیت‌های هیدرولژیکی می‌باشند و مقادیر آنها از روابط زیر تعیین می‌گردد:

$$Q_u = Q_T + k \cdot SD_T \quad \text{و} \quad Q_l = Q_T - k \cdot SD_T \quad (10)$$

در روابط فوق Q_u و Q_l حد بالا و پایین بازه اطمینان دبی هستند و مقدار k نیز بستگی به میزان قابلیت اعتماد مورد نظر دارد. همچنین در استفاده از روابط فوق توزیع دبی برآورد شده نرمال در نظر گرفته شده است. روابط فوق را می‌توان به صورت زیر نیز بیان نمود:

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \int_{Q_l}^{Q_u} f(x) dx \quad \text{و} \quad 1 - \frac{\alpha}{\gamma} = \int_{Q_l}^{Q_u} f(x) dx \quad (11)$$

تابع چگالی توزیع نرمال $f(x)$

حال با توجه به مطالب فوق، مسأله برای حالتی که عدم قطعیت‌های مقاومت نیز مدنظر باشد، گسترش داده می‌شود:

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \int_{l=Q_l}^{\infty} \int_{r=Q_u}^{\infty} f_{R,L}(r,l) dr dl \quad \text{و} \quad 1 - \frac{\alpha}{\gamma} = \int_{l=Q_l}^{\infty} \int_{r=Q_u}^{\infty} f_{R,L}(r,l) dr dl \quad (12)$$

از آنجا که بار و مقاومت مستقل از یکدیگراند، نتیجه می‌شود:

$$f_{R,L}(r,l) = f_R(r) \cdot f_L(l) \quad (13)$$

و روابط فوق به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \int_{l=Q_l}^{\infty} f_L(l) \int_{r=Q_u}^{\infty} f_R(r) dr dl \quad (l = Q_l) \quad \text{و} \quad 1 - \frac{\alpha}{\gamma} = \int_{l=Q_l}^{\infty} f_L(l) \int_{r=Q_u}^{\infty} f_R(r) dr dl \quad (l = Q_u) \quad (14)$$

توجه به این نکته لازم است که رابطه (۱۳) حالت خاص رابطه فوق می‌باشند [۲]. در رابطه (۱۴)، f_R و f_L توزیعهای احتمال مربوط به بارگذاری و مقاومت می‌باشند و به صورت توزیع نرمال برای بارگذاری و توزیعهای نرمال و لوگ نرمال برای مقاومت در نظر گرفته شده‌اند.

هدف از تحلیل قابلیت اعتماد، تعیین مقادیر Q_u و Q_l با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های هیدرولژیکی و هیدرولیکی بصورت همزمان می‌باشد. در این مطالعه برای بررسی عدم قطعیت مدل سه توزیع برای بارگذاری، f_L و دو توزیع برای f_R در نظر گرفته شده است.

با تعیین مقادیر Q_u و Q_l حدود بازه اطمینان دبی برای قابلیت اعتماد مورد نظر بدست می‌آید. با استفاده از مقادیر بدست آمده و به کمک مدل هیدرولیکی HEC-RAS می‌توان تراز سطح آب متناظر با این دبی‌ها را تعیین کرد، بدین ترتیب بازه اطمینان برای پروفیل سطح آب بدست خواهد آمد.

همچنین مقادیر Q_{II} بدست آمده و تراز سطح آب متناظر با آن، پارامتر مؤثر در طراحی و تعیین ارتفاع سیل بندها هستند که با توجه به قابلیت اعتماد مورد نظر، حداکثر تراز سطح آب بدست آمده به عنوان مبنای طراحی سیل بندها مورد استفاده قرار می گیرد.

۴- مطالعه موردی

رودخانه سیستان از شاخه‌های رودخانه هیرمند است و رودخانه هیرمند در بند کهک، ۳۶ کیلومتری جنوب شرقی زابل به خاک ایران رسیده و از این نقطه به دوشاخه سیستان و پریان مشترک تقسیم می شود. بعد از نقطه تقسیم، شاخه رود سیستان وارد خاک ایران شده و پس از طی مسافتی حدود ۷۰ کیلومتر به هامون هیرمند می ریزد. [۷]

هدف این مطالعه، تعیین دبی متناظر با قابلیت اعتمادهای مختلف و در نهایت تعیین تراز سطح آب براساس مقادیر دبی حاصله می باشد که در این محاسبات، عدم قطعیت پارامترهای هیدرولوژیکی و هیدرولیکی و عدم قطعیت مدل‌های بارگذاری و مقاومت سیستم در نظر گرفته شده‌اند. روند کلی حل مسأله در شکل ۱ ارائه شده است. [۸]

پس از بدست آمدن دبی‌های مربوطه، برای هر یک از مقادیر دبی حد بالایی Q_{II} ، با استفاده از مدل HEC-RAS پروفیل سطح آب در رودخانه محاسبه گردیده و نتایج حاصله به صورت تراز سطح آب در مقطع مورد بررسی بدست آمده است.

مقادیر تراز سطح آب در حالتی که تنها عدم قطعیت‌های هیدرولوژیکی در نظر گرفته شوند نیز تعیین گردیده است. همچنین تراز سطح آب برای دبی میانگین در هر حالت تعیین شده است. شکل ۲ حداکثر تراز سطح آب بدست آمده برای انواع توزیع بارگذاری را نشان می دهد. همانطور که ملاحظه می شود بیشترین تراز سطح آب مربوط به توزیع بارگذاری لوگ نرمال و توزیع مقاومت لوگ نرمال می باشد. در صورت استفاده از توزیع بارگذاری گامبل، توزیع مقاومت نرمال بیشترین تراز را بدست می دهد و برای دو توزیع بارگذاری دیگر توزیع مقاومت لوگ نرمال بیشترین تراز را بدست می دهد که مطمئن ترین طرح، با استفاده از بالاترین تراز سطح آب بدست آمده انجام خواهد شد.

همانطور که اشاره شد، روشهای مختلفی برای کمی نمودن عدم قطعیتها وجود دارد که در اینجا به منظور کمی نمودن مقادیر عدم قطعیت موجود در پروفیل سطح آب، مسأله به چندین روش بررسی گردیده است:

الف - تعیین بازه اطمینان پروفیل سطح آب

برای ترکیب حالات مختلف بارگذاری و مقاومت و همچنین در حالت در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های هیدرولوژیکی در نظر گرفته شود، بازه اطمینان تراز سطح آب با استفاده از مقادیر حد بالا و پایین دبی و به کمک مدل هیدرولیکی HEC-RAS تعیین گردیده است و نتایج در جدول ۱ ارائه شده است.

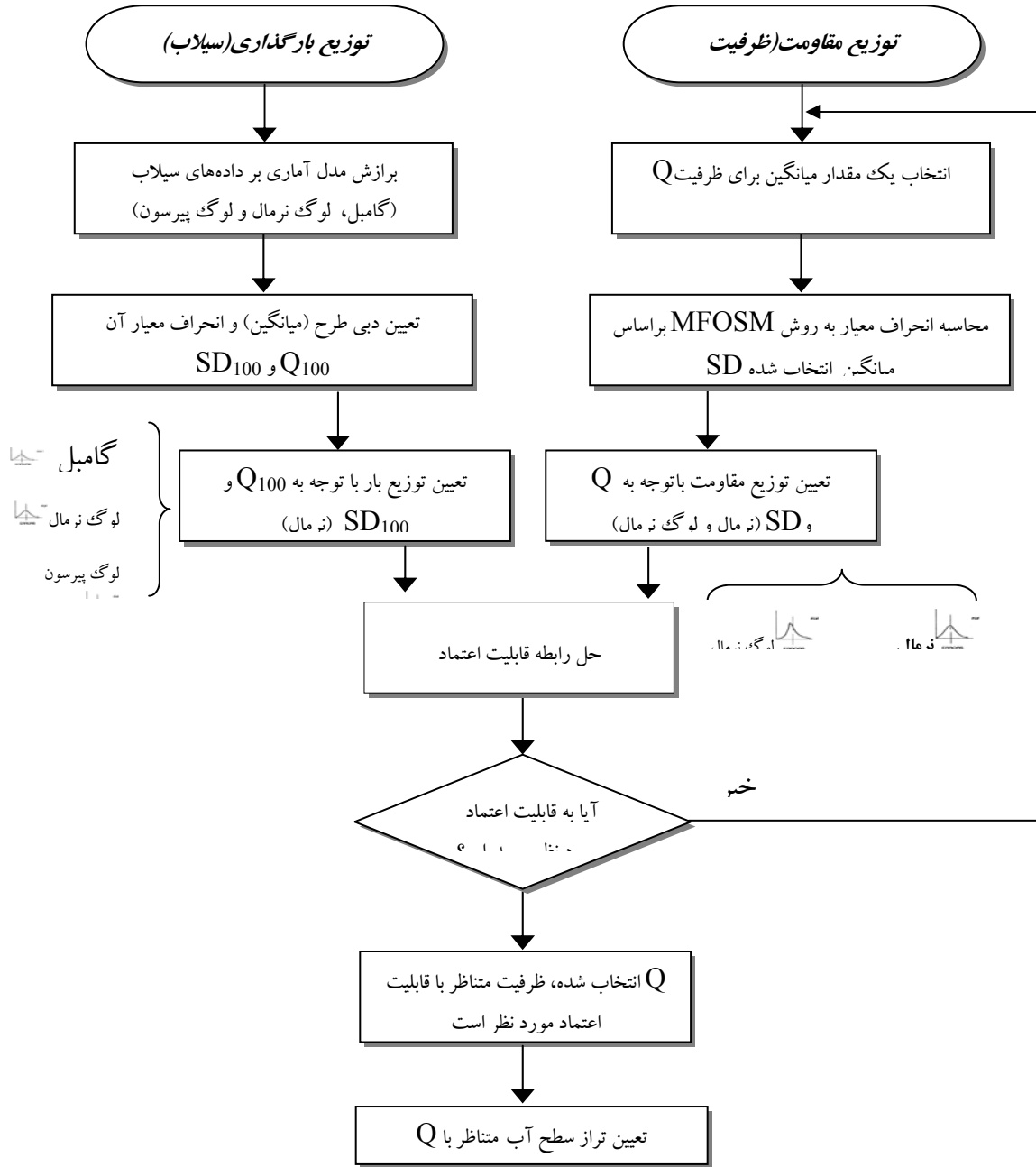
ب- تعیین توزیع احتمالی عمق آب

روش مورد استفاده بمنظور تعیین توزیع احتمالی عمق آب و نیز پارامترهای مربوطه به این صورت می باشد:

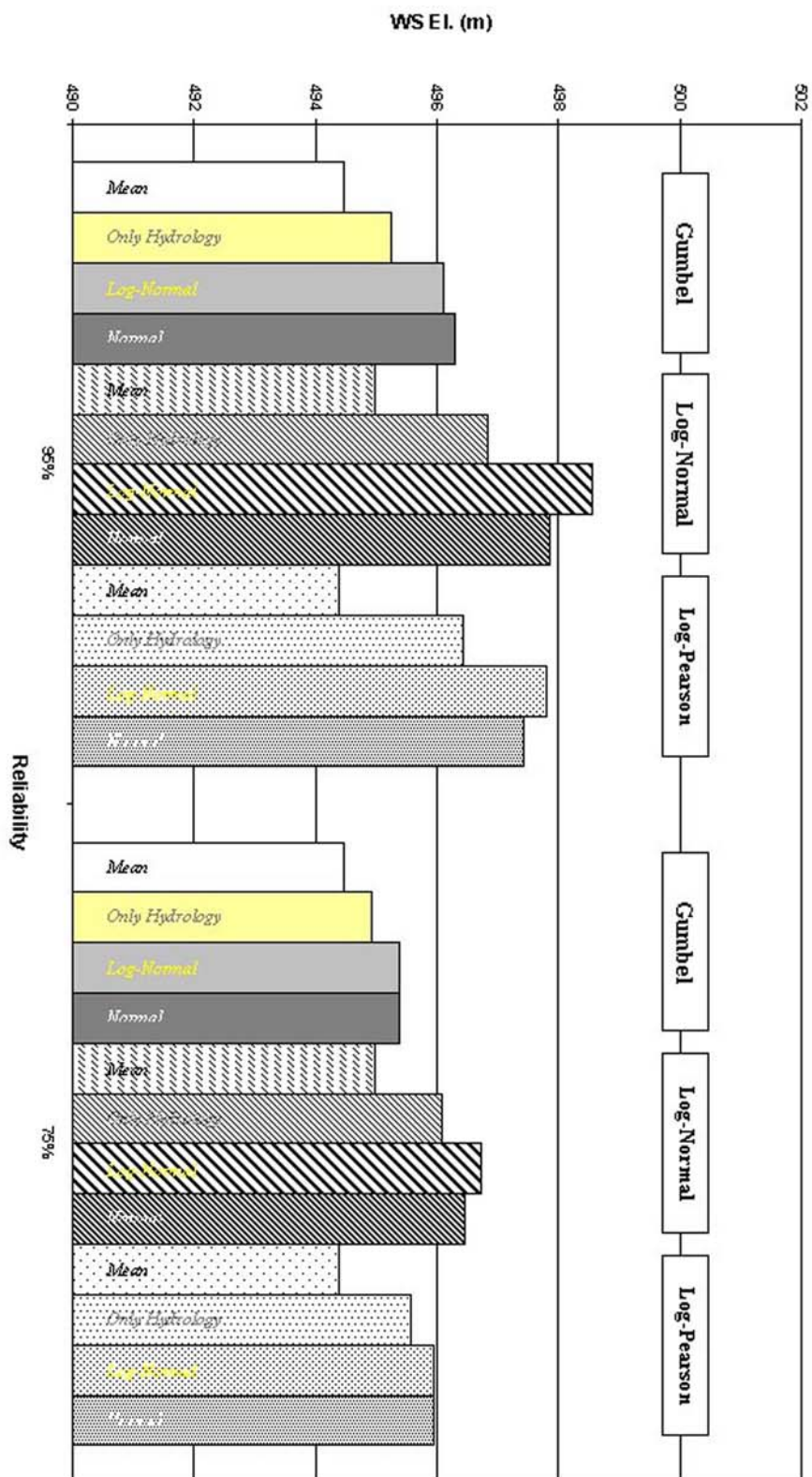
با استفاده از نتایج مربوط به قابلیت اعتماد ۹۵٪ و برای شش حالت مختلف ترکیب مدل بارگذاری و مقاومت، تراز سطح آب و براساس آن عمق آب تعیین گردیده است. پارامترهای مربوط به این شش داده بصورت زیر محاسبه شده اند:

$$\bar{y} = ۸/۸۲(\text{m})$$

$$SD_y = ۰/۹۵۵ (\text{m})$$



شکل ۱- فلوجارت حل مسأله



شکل ۲- حداکثر تراز سطح آب در حالات مختلف بارگزارى و مقاومت

Load Dist.		Resistance Dist.			
		Mean	Only Hydrology	Log-Normal	Normal
		WS.El.(m)	WS.El.(m)	WS.El.(m)	WS.El.(m)
Gumbel	Upper Limit		495.25	496.10	496.30
		494.48			
	Lower Limit		493.68	493.36	493.42
Log-Normal	Upper Limit		496.84	498.55	497.84
		494.98			
	Lower Limit		493.13	492.98	492.99
Log-Pearson III	Upper Limit		496.43	497.80	497.41
		494.39			
	Lower Limit		492.21	492.16	492.16

جدول ۱- حدود بازه اطمینان مربوط به تراز سطح آب در حالات مختلف

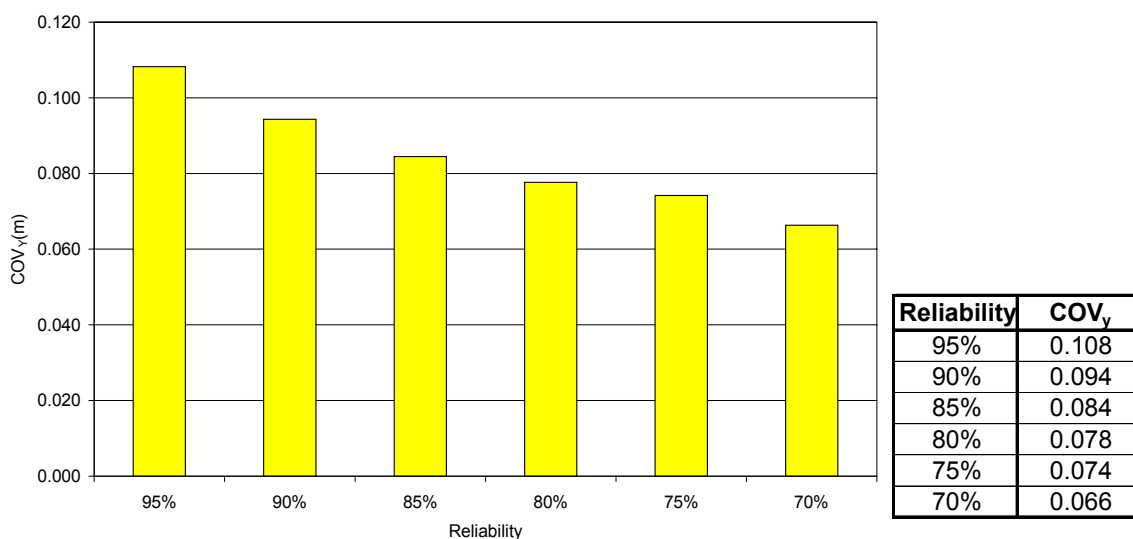
بمنظور تعیین توزیع مناسب عمق آب از نرم افزار SMADA استفاده شده و توزیعهای مختلفی اعم از نرمال، لوگ نرمال، پیرسون، لوگ پیرسون و گامبل بر داده‌ها برازش داده شده‌اند. به منظور تعیین بهترین توزیع از دو روش استفاده شده است و هر دو روش توزیع نرمال را بعنوان بهترین توزیع تعیین کرده‌اند. این روشها عبارتند از روش کمترین مربعات و روش بررسی همبستگی داده‌های مشاهده شده و مقادیر برآورد شده و به این ترتیب بهترین توزیع برای عمق آب توزیع نرمال می‌باشد؛ در مرحله قبل نیز پارامترهای توزیع یعنی میانگین و انحراف معیار محاسبه گردید؛ پس توزیع مربوط به عمق آب مشخص می‌گردد:

$$y = Normal(\bar{y} = ۸/۸۲, SD_y = ۰/۹۵۵)$$

توزیع حاصله با در نظر داشتن عدم قطعیت‌های هیدرولیکی و هیدرولوژیکی در قالب پارامترها و مدلها بدست آمده است.

ج- تعیین ضریب تغییرات

مقادیر عدم قطعیت عمق آب (ضریب تغییرات) برای قابلیت اعتمادهای مختلف تعیین شده و نتایج در شکل ۳ ارائه شده است.



شکل ۳ - عدم قطعیت عمق آب به ازای قابلیت اعتمادهای مختلف

۵- نتیجه گیری

بعنوان نتیجه گیری کلی از این مطالعه می توان گفت که پروفیل سطح آب محاسبه شده از روشهای متداول، مقداری دقیق و قطعی نیست و در واقع، یک متغیر تصادفی می باشد؛ که در اینجا با در نظر گرفتن عدم قطعیت های هیدرولوژیکی و هیدرولیکی در قالب پارامترها و مدلها، این متغیر تصادفی بصورت احتمالی تعیین شده است.

نتایج بررسیها نشان می دهد که صرف نظر کردن از عدم قطعیت های هیدرولیکی و در نظر داشتن عدم قطعیت های هیدرولوژیکی بتنهایی باعث بر آورد دست پایین تر برای طرح و افزایش ریسک موجود در سیستم خواهد شد. همچنین در قابلیت اعتمادهای بالا، تأثیر عدم قطعیت های مدل قابل توجه خواهد بود.

۶- مراجع

- [1] Tung, Y.K., and L.W. Mays, "Risk Analysis for Hydraulic Design" Journal of Hydraulics Engineering., ASCE, 106(5), pp 893-913,1980.
- [2] Oegema, B.W., and E.A. McBean, "Uncertainties in Flood Plain Mapping", Application of Frequency and Risk in Water Resources, V.P. Singh, ed., D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, The Netherlands, pp 293-303, 1987.
- [۳] کایت، ج. دبلیو، "تحلیل فراوانی وقایع و ریسک در هیدرولوژی"، ترجمه: دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا، دکتر امین علیزاده، دکتر محمود نقیب زاده، مهندس حمید خیابانی، انتشارات آستان قدس رضوی، ۱۳۶۹.
- [4] Hydrologic Engineering Center (HEC), "Accuracy of Computed Water Surface Profiles", Research Document 26, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, CA., 1986.

- ۴۹۸ [5] Burnham, M.W. and D.W. Davis, "Effects of Data Errors on Computed Steady-Flow Profiles", J. of Hydr. Eng. , ASCE, 116(7), pp 914-929, 1990.
- [6] Mays, L.W., "Hydraulic Design Handbook", McGraw-Hill, 1999.
- [۷] "طرح هیدرودینامیک رودخانه سیستان"، گزارش فنی (ج): مدل هیدرودینامیک رودخانه سیستان، دفتر مطالعات آب و محیط زیست شریف (EWRC)، مرداد ۱۳۸۰.