

# تحلیل و مدل سازی استوکستیک تراز متوسط ماهانه سطح آب دریاچه هامون پوزک

علی تفرج نوروز\* احمد ابریشم چی\*\* مسعود تجریشی\*\*\*

(دریافت ۸۰/۶/۲۵ پذیرش ۸۰/۱۰/۱۵)

## چکیده

مجموعه هامون‌ها، پهناورترین سطح آب شیرین در سراسر فلات ایران است، و با توجه به این که در منطقه سیستان واقع شده‌اند و این منطقه یکی از مناطق خشک کشور است، بررسی تراز سطح آب این مجموعه از نظر تأمین آب و نیز حفاظت این اکوسیستم بین‌المللی دارای اهمیت زیادی است. علاوه بر این، بالا بودن تراز آب می‌تواند به زمین‌های کشاورزی اطراف دریاچه خسارت وارد کند. بنابراین، بررسی تراز آب دریاچه اهمیت فراوانی دارد. در این مقاله، با توجه به آمار متوسط ماهانه تراز سطح آب در ایستگاه چونگ خرگوشی واقع در هامون پوزک، ساختار پریودیک و ساختار هم‌بستگی سری زمانی تراز سطح آب بررسی شده و مدل استوکستیک مناسب (با انجام آزمون‌های آماری لازم) بر آن برازش داده شده است. هم‌چنین، در این تحقیق کفایت و دقت مدل در پیش‌بینی و نیز تولید داده بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که پیش‌بینی مدل برای سال‌هایی که دریاچه کاملاً خشک نباشد، با داده‌های واقعی هماهنگی خوبی دارد. هم‌چنین، تولید داده نیز توسط مدل بررسی شده است و نتایج مناسبی به دست آمده است.

واژه‌های کلیدی: مدل سازی استوکستیک، مدل ARMA، تراز ماهانه دریاچه، هامون پوزک - تولید داده پیش‌بینی،

سیستان.

## مقدمه

بررسی و مدل‌سازی تراز آب دریاچه‌ها با توجه به اهداف گوناگون از قبیل تعیین خط ساخت و ساز ساحلی، استفاده از مدل‌های پیش‌بینی حمل رسوب و پتانسیل فرسایش سواحل و تعیین حجم آب موجود در دریاچه، انجام شده است. به عنوان نمونه کویک [۲] با بررسی خیزاب و تراز استاتیکی دریاچه به طور جداگانه، منحنی احتمال وقوع تراز بیشینه دریاچه می‌شیکان را به دست آورد.

والتون وتاد [۳]، شبیه‌سازی تراز آب را برای پیش‌بینی میزان فرسایش در یکی از دریاچه‌ها انجام داد. بوچبرگر و اسیتون [۴]، نیز با بررسی خیزاب و تراز استاتیکی دریاچه اری، منحنی‌های احتمال وقوع شرطی تراز آب دریاچه را به دست آوردند. سن و همکاران [۵]، مدل‌سازی تراز آب دریاچه وان در ترکیه را با استفاده از روش رگرسیون دسته‌ای انجام دادند.

مجموعه تالابی هامون‌ها از سه هامون هیزمند در غرب، سابوری در شمال غرب و هامون پوزک در شمال شرق سیستان تشکیل شده است. این مجموعه که پهناورترین سطح آب شیرین در سراسر فلات ایران است، از رودخانه هیزمند و نیز رودخانه‌های دیگری با حوزه‌های آبریزی مجموعاً به وسعتی حدود ۳۷۶۰۰۰ کیلومترمربع واقع در کشور افغانستان تغذیه می‌شوند [۱]. هامون پوزک در شمال شرقی مجموعه تالابی هامون‌ها قرار دارد. مساحت کل هامون پوزک بر طبق آخرین برآوردها در حدود ۱۶۰۰ کیلومتر مربع می‌باشد، که از این مساحت ۳۵۰ کیلومتر مربع در خاک ایران و بقیه در خاک افغانستان قرار دارد (شکل ۱). برای بررسی نوسانات سطح آب در هامون پوزک تنها می‌توان به آمار اشل روزانه ایستگاه چونگ خرگوشی استناد نمود.

<sup>۱</sup> Erie

\* دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب دانشگاه صنعتی شریف

\*\* دانشیار دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شریف

\*\*\* استادیار دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شریف

آب در حال افزایش بوده است. این افزایش تا اردیبهشت ادامه پیدا می‌کند. پس از آن از خرداد تا مهر تراز آب کاهش می‌یابد. این رفتار نشان دهنده یک الگوی پرریودیک در داخل سیال می‌باشد.

### بررسی نرمال بودن داده‌ها

برای بررسی نرمال بودن داده‌های موجود از روش اسنکور و کوچران [۶] استفاده شده است. با توجه به این که تعداد داده‌های موجود برابر با ۱۳۲ می‌باشد، مقدار بیشینه ضریب چولگی برای پذیرفته شدن فرضیه نرمال بودن توزیع احتمال داده‌ها با سطح معنی‌داری ۱۰ درصد برابر با ۰/۳۴۲ به دست می‌آید. سری زمانی تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی دارای ضریب چولگی برابر با ۰/۸۵ می‌باشد، لذا داده‌های موجود نرمال نمی‌باشند. پس از آزمون تبدیل‌های گوناگون مشخص می‌شود که می‌توان با استفاده از تبدیل  $Y = (673 - 673) \cdot X$ ، ضریب چولگی داده‌های موجود را به ۰/۳۴۱ کاهش داد و با سطح معنی‌داری ۱۰ درصد فرضیه نرمال بودن داده‌های تبدیل یافته پذیرفته می‌شود. مقدار ثابت ۶۷۳/۶ برابر با تراز صفر اشل در ایستگاه چونگ خرگوشی است. منحنی P-P داده‌های تبدیل یافته نیز در شکل ۳ نشان داده شده است. در این منحنی محور افقی احتمال تجمعی داده‌های مشاهده شده و محور عمودی احتمال تجمعی مورد انتظار برای نرمال بودن احتمال داده‌هاست. همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد داده‌های موجود با خط ۴۵ درجه که بیان‌گر داده‌های کاملاً نرمال است، هماهنگی خوبی دارد.

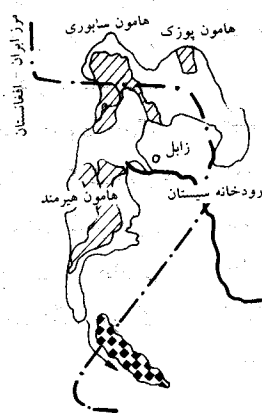
گاهی اوقات نقاط پراکنده شده در اطراف خط رگرسیون به صورت دسته‌های جداگانه پراکنده می‌شوند. در این روش بایستی احتمال وقوع قرار گرفتن یک نقطه در یک دسته و احتمال انتقال یک نقطه از یک دسته به دسته دیگر را نیز در مدل‌سازی لحاظ نمود. در این مقاله با استفاده از آمار متوسط ماهیانه تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی برای سال‌های ۶۷-۱۳۶۶ تا ۷۷-۱۳۷۶ مدل‌سازی استوکستیک تراز آب صورت گرفته است و پس از تعیین مدل مناسب، پیش‌بینی‌های به دست آمده توسط مدل برای سال ۷۸-۱۳۷۷ با داده‌های واقعی تراز آب مقایسه شده است. هم‌چنین، توانایی مدل در تولید داده نیز بررسی شده است.

### تحلیل و مدل‌سازی استوکستیک تراز متوسط ماهیانه ایستگاه چونگ خرگوشی

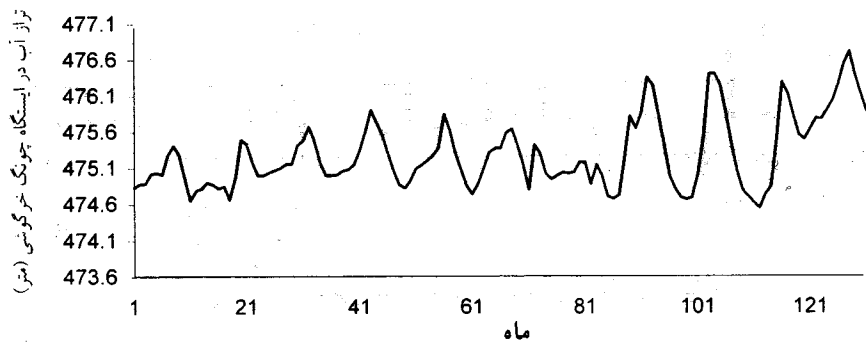
هدف نهایی در این تحقیق به دست آوردن مدل استوکستیک مناسب برای داده‌های تراز سطح آب در ایستگاه چونگ خرگوشی است. برای این منظور بایستی ابتدا داده‌های موجود از لحاظ نرمال بودن بررسی شود. در قدم بعد بایستی ساختار هم‌بستگی سری زمانی بررسی گردد. پس از انتخاب مدل مناسب با انجام آزمون‌های لازم پیش‌بینی و تولید داده نیز توسط مدل بررسی می‌شود.

### بررسی آمار موجود

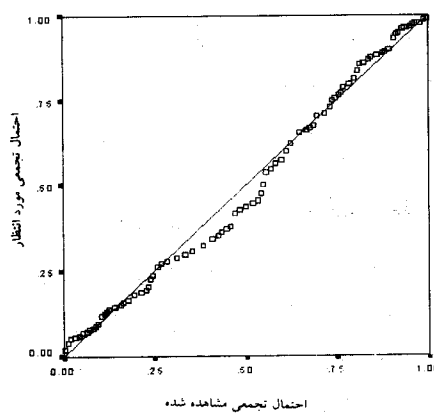
در شکل ۲ سری زمانی تراز متوسط ماهیانه در ایستگاه چونگ خرگوشی از سال ۶۷-۱۳۶۶ تا ۷۷-۱۳۷۶ رسم شده است. با مراجعه به آمار موجود و شکل ۲ مشخص می‌شود که در اغلب سال‌های آماربرداری شده، از آبان تراز



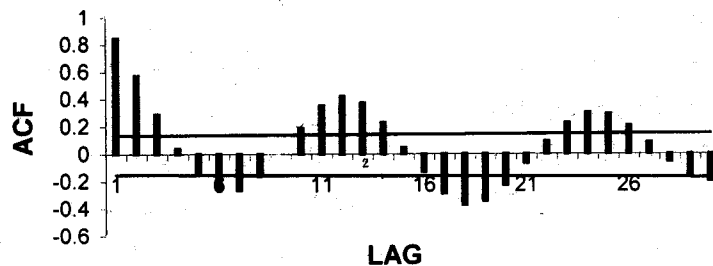
شکل ۱- نقشه کلی هامون‌ها



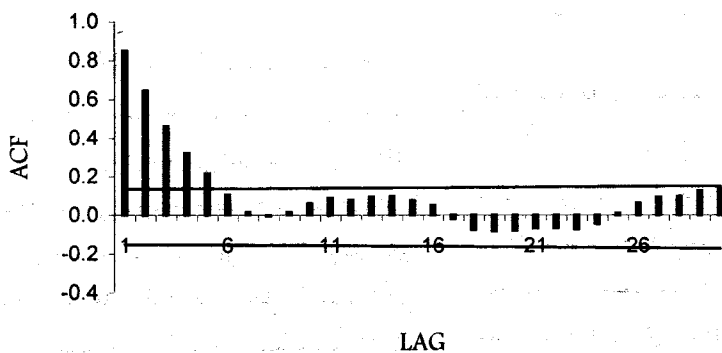
شکل ۲- سری زمانی تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی از سال ۱۳۶۶-۶۷ تا ۱۳۷۶-۷۷.



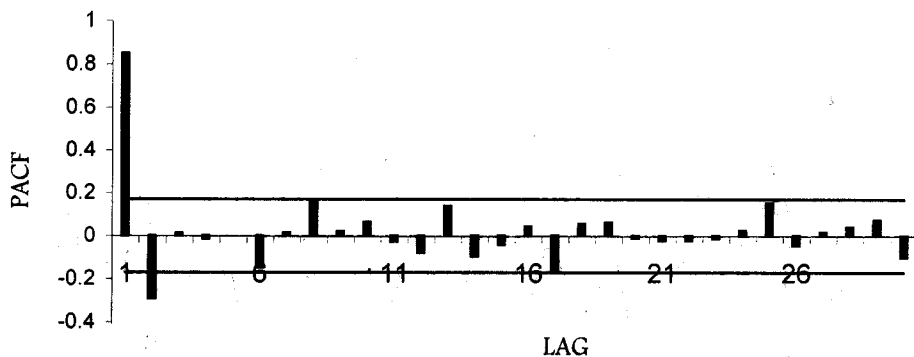
شکل ۳- منحنی P-P به دست آمده برای داده‌های نرمال شده.



شکل ۴- همبستگی نگار داده‌های نرمال شد.



شکل ۵- همبستگی نگار داده‌های استاندارد شده.



شکل ۶- هم‌بستگی نگار جزئی داده‌های استاندارد شده.

دارد این است که برای یک مدل  $AR(K)$  فقط  $K$  تا ضریب اول تابع خود هم‌بستگی جزئی معنی‌دار است، و بقیه از لحاظ آماری اختلاف معنی‌داری با صفر ندارند. در این جا نیز با توجه به این که فقط ۲ ضریب اول آن معنی‌دار است، بنابراین به احتمال زیاد مرتبه اتورگرسیو برابر ۲ خواهد بود.

### حذف ترند

در مرحله بعد باید ترند داده‌های استاندارد شده را حذف کرد.

رابطه‌ای که برای ترند به دست می‌آید به صورت زیر است:

$$Y = 0.0117t - 0.7778 \quad (2)$$

که در آن،  $t$  زمان بر حسب ماه است.

### برآورد پارامترهای مدل ARMA

فرم کلی مدل  $ARMA(p,q)$  به صورت زیر است:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t + \dots - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3)$$

برای به دست آوردن ضرایب  $\phi$  و  $\theta$  در رابطه بالا از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده شده است.

### انتخاب مدل مناسب

افزایش تعداد پارامترها در مدل باعث افزایش خطا در مدل می‌شود. از بین مدل‌های مختلف بایستی مدلی را انتخاب کرد که با کمترین تعداد پارامتر، خصوصیات آماری نمونه را حفظ نماید. معیار اطلاعاتی آکاییک که برای مقایسه مدل‌های  $ARMA(p,q)$  با مرتبه‌های مختلف  $p$  و  $q$  مورد استفاده قرار می‌گیرد، بر اساس چنین مفهومی

در شکل ۴ هم‌بستگی نگار داده‌های نرمال شده، رسم شده است. همان طور که این شکل نشان می‌دهد، با توجه به وضعیت پریودیک سری زمانی تراز ماهانه، ساختار هم‌بستگی سری زمانی نیز پریودیک بوده و سری زمانی ناماننا است.

### استاندارد کردن داده‌ها

همان طور که شکل‌های ۲ و ۴ نشان می‌دهند، سری زمانی موجود به علت پریودیسیته، دارای نامانایی شدید است، و یکی از روش‌های حذف این نوع نامانایی این است که داده‌های موجود استاندارد شود. رابطه‌ای که برای استاندارد کردن داده‌ها به کار می‌رود به صورت زیر است:

$$Z_{v,t} = \frac{y_{v,t} - \mu_t}{\sigma_t} \quad (1)$$

در این رابطه  $\mu_t$  و  $\sigma_t$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار هر کدام از پریودهاست، و با توجه به این که در این جا داده‌ها ماهیانه است، لذا پریود داریم ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰.  $\tau = 1$  بوده و  $y_{v,t}$  داده‌های نرمال شده است و  $v$  شماره سال است. با انجام این تبدیل  $Z$  های به دست آمده، استاندارد می‌باشند (یعنی دارای میانگین صفر و انحراف معیار واحد هستند).

هم‌بستگی نگار در شکل ۵ با استفاده از داده‌های استاندارد شده رسم شده است. همان طور که این شکل نشان می‌دهد، ساختار پریودیک در هم‌بستگی داده‌های استاندارد شده مشاهده نمی‌شود و فقط چند ضریب اول هم‌بستگی، معنی‌دار است. بنابراین، می‌توان از مدل‌های  $ARMA$  با ضرایب ثابت استفاده کرد. در شکل ۶ هم‌بستگی نگار جزئی داده‌های استاندارد شده رسم شده است. کاربردی که استفاده از تابع خود هم‌بستگی نگار جزئی

می‌باشد [7]. رابطه‌ای که برای این روش مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر است:

$$AIC(p, q) = N \ln(\sigma_\varepsilon^2) + 2(p + q) \quad (4)$$

مدلی که کمترین مقدار AIC را دارا باشد مناسب‌ترین مدل محسوب می‌شود. البته این تنها شرط لازم نیست، بلکه مدل بایستی شرایط دیگری از قبیل مستقل و نرمال بودن باقی‌مانده‌ها را نیز دارا باشد.

بررسی AIC مربوط به مدل‌های مختلف نشان می‌دهد که کمترین مقدار AIC مربوط به مدل AR(2) است. بنابراین، از نظر معیار AIC، مدل AR(2) مناسب‌ترین مدل به شمار می‌رود. علاوه بر این، همان‌طور که شکل 6 نشان می‌دهد مدل AR(2) مدل مناسب محسوب می‌شود.

### آزمون خوبی برازش مدل AR(2)

منظور از خوبی برازش، بررسی باقی‌مانده‌ها است. باقی‌مانده‌ها بایستی نرمال و مستقل باشند. در این‌جا نرمال بودن باقی‌مانده‌ها با استفاده از منحنی P-P بررسی شده است (شکل 7). همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد، نقاط به دست آمده با فاصله کمی در اطراف خط با زاویه 45 درجه پراکنده شده‌اند، که بیان‌گر این است که باقی‌مانده‌ها از توزیع نرمال برخوردار می‌باشند.

برای بررسی استقلال باقی‌مانده‌ها با رسم هم‌بستگی نگار باقی‌مانده‌ها و یا با انجام تست پورت مانتیو<sup>1</sup> می‌توان استقلال باقی‌مانده‌ها را بررسی نمود.

در شکل 8 و 9 هم‌بستگی نگار و هم‌بستگی نگار جزئی باقی‌مانده‌ها رسم شده است. این دو شکل بیانگر استقلال باقی‌مانده‌ها می‌باشند.

آزمون پورت مانتیو نیز در این تحقیق برای بررسی استقلال باقی‌مانده‌ها بررسی شده است. برای انجام این آزمون بایستی آماره Q را با استفاده از رابطه 5 به دست آورد.

$$Q = N \sum_{k=1}^L \hat{\eta}_k^2(\varepsilon) \quad (5)$$

در رابطه 5، N برابر با اندازه نمونه است و  $\hat{\eta}_k^2(\varepsilon)$  مربع ضرایب خود هم‌بستگی باقی‌مانده‌ها است. حداقل مقدار L از رابطه 6 به دست می‌آید.

$$L = \frac{N}{10} + p + q \quad (6)$$

مقدار L که در رابطه 5 در نظر گرفته می‌شود بایستی از مقدار محاسبه شده در رابطه 6 بزرگ‌تر باشد.

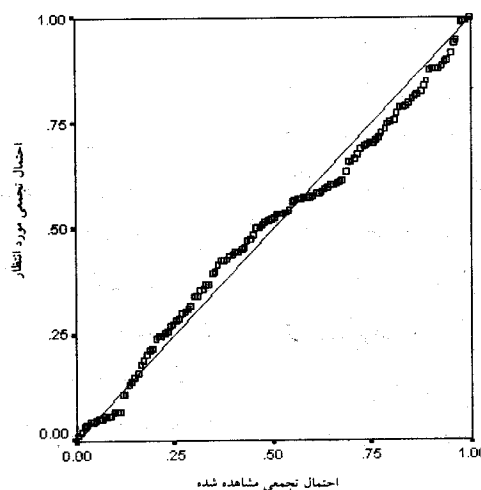
برای استقلال باقی‌مانده‌ها، مقدار محاسبه شده Q توسط رابطه 5 بایستی از مقدار کای اسکوتر<sup>2</sup> با L-p-q درجه آزادی کوچک‌تر باشد.

مقدار حداقل L که با استفاده از رابطه 6 برای مدل AR(2) به دست می‌آید تقریباً برابر با 11 می‌باشد. در این‌جا برای دقت بیشتر مقدار L برابر با 30 در نظر گرفته شده است. مقدار Q در رابطه 5 برابر با 36/2 به دست می‌آید.

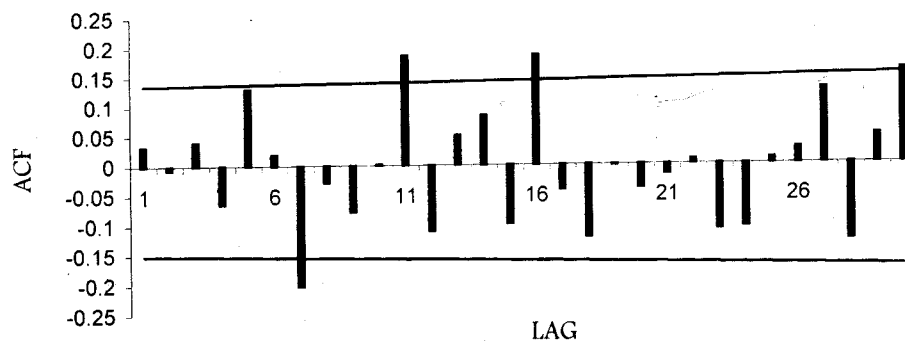
با مراجعه به جدول کای اسکوتر، مقدار به دست آمده با سطح معنی‌داری 5 درصد و 28 درجه آزادی، برابر با 41/33 می‌باشد، بنابراین، فرضیه مستقل بودن باقی‌مانده‌ها پذیرفته می‌شود.

<sup>2</sup> Chi Square

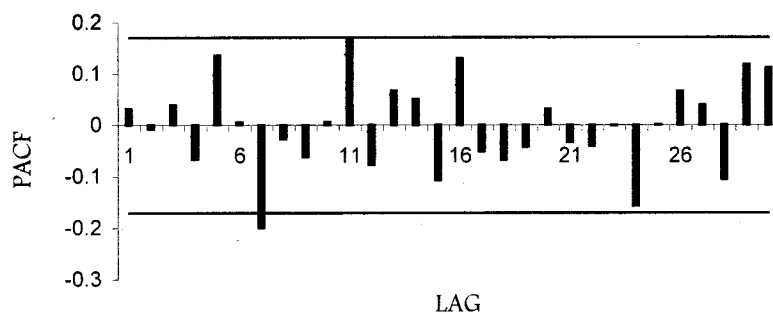
<sup>1</sup> Port Manteau



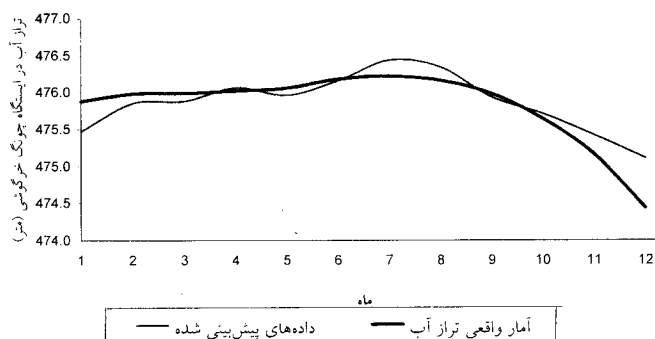
شکل 7- منحنی P-P به دست آمده برای باقی‌مانده‌ها.



شکل ۸- هم‌بستگی نگار باقی‌مانده‌ها.



شکل ۹- هم‌بستگی نگار جزئی باقی‌مانده‌ها.



شکل ۱۰- پیش‌بینی به دست آمده از مدل  $AR(2)$  و مقایسه با آمار واقعی.

در شکل ۱۰ قرار دارد. همان طور که این شکل نشان می‌دهد، پیش‌بینی‌های انجام شده به خوبی با آمار واقعی هماهنگی دارند. با توجه به این که در انتهای سال ۷۸-۱۳۷۷ دریاچه به سمت خشک شدن پیش می‌رود، پیش‌بینی‌های انجام شده در ماه ۱۲ با داده‌های واقعی اختلاف نسبتاً زیادی دارد.

#### تولید داده‌ها

یکی از کاربردهای مدل‌های استوکستیک تولید داده است. با استفاده از نرم‌افزار ITSM، ۱۵ سری داده تولید

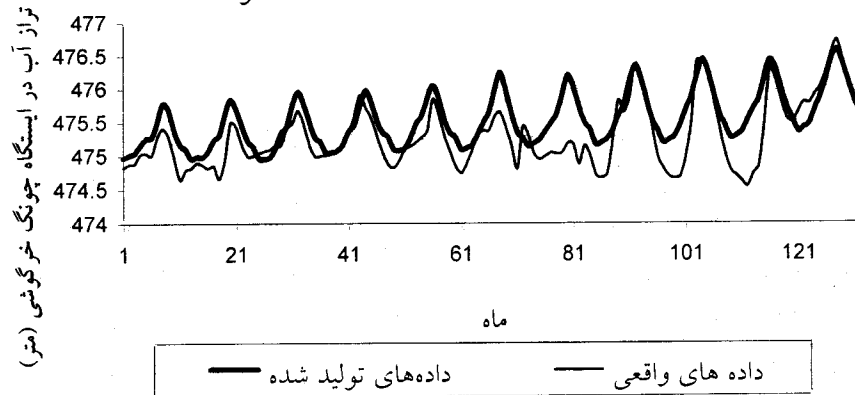
#### پیش‌بینی به روش Real time

در این روش با استفاده از مدل به دست آمده، تراز آب برای ماه بعد پیش‌بینی می‌شود. پس از این که تراز واقعی آب در آن ماه مشخص شد، با اضافه کردن آن به آمار گذشته، سری جدید داده‌ها به دست می‌آید. با سری جدید مدل‌سازی انجام و برای ماه آینده تراز آب پیش‌بینی می‌شود، و پس از این که تراز آب در آن ماه مشخص شد، مجدداً با آمار جدید برای ماه بعد مدل‌سازی انجام می‌گیرد. این عمل برای سال ۷۸-۱۳۷۷ انجام شده است و نتایج آن

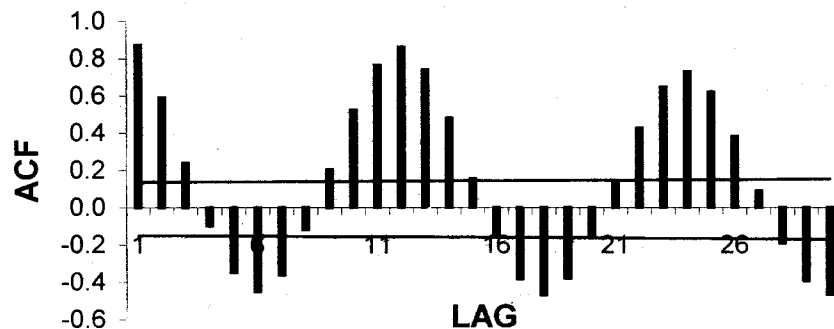
## بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق مدل سازی استوکستیک تراز آب با توجه به داده های ایستگاه چونگ خرگوشی واقع در هامون پوزک انجام شده است. مدل مناسب پس از آزمون های لازم  $AR(2)$  تشخیص داده شده است. نکته ای که باید به آن توجه داشت این است که طول مدت آماربرداری شده تراز آب کوتاه است و این موضوع باعث می شود که از دقت مدل کاسته شود.

شده است. پس از به دست آوردن میانگین ۵۰ سری، سری به دست آمده با داده های واقعی تراز آب در ایستگاه چونگ خرگوشی مقایسه شده است (شکل ۱۱). در شکل ۱۲ هم بستگی نگار میانگین ۵۰ سری تولید شده، رسم شده است. نزدیکی ۳ ضریب اول تابع خود هم بستگی داده های تولید شده با ۳ ضریب اول تابع خود هم بستگی داده های تاریخی نرمال شده (شکل ۴) نشان دهنده دقت مدل در تولید داده می باشد.



شکل ۱۱- مقایسه داده های واقعی با داده های تولید شده تراز آب به وسیله مدل  $AR(2)$ .



شکل ۱۲- هم بستگی نگار میانگین داده های تولید شده به وسیله مدل  $AR(2)$ .

## منابع و مراجع

- ۱- شرکت سهامی آب منطقه ای سیستان و بلوچستان، تیرماه ۱۳۷۱، "طرح بهره برداری بهینه از آب رودخانه هیرمند"، گزارش شماره ۳۳.
- 2- Kubik, H. (1974), "Procedure for Computing Frequency of Maximum Lake Levels", The Hydrologic Engineering Center.
- 3- Walton, Jr., Todd, L. (1989), "Simulating Great Lakes Water Levels for Erosion Prediction", J. Coastal Res., 5(3), 377-389.
- 4- Buchberger, Steven, G. (1995), "Conditional Frequency Analysis of Autocorrelated Lake Levels", J. Water Resour. Ping. And Mgmt. ASCE, 121(2).
- 5- Sen, Z., Kadioglu, M. and Batur, E. (1999), "Cluster Regression Model and Level Fluctuation Features of Van Lake, Turkey", Ann, Geophysicae, 17, 273-279.
- 6- Snedecor, G., Cochran, W. G. (1967), "Statistical Method", The Iowa State University Press.
- 7- Akaike, H. (1974), "A new Look at the Statistical Model Identification", IEEE Trans. Ac-19, 6, 716-723.